

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА «МЕХАНИКА И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА»

## **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН**

Учебно-методическое пособие для студентов  
факультета механизации сельского хозяйства по направлениям  
подготовки бакалавров: 35.03.06 – Агроинженерия;  
23.03.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и  
комплексов

Ставрополь, 2019

## **Авторский коллектив**

А.Н. Петенев, И.А. Орлянская, А.В. Орлянский

## **Рецензент**

д.э.н., к.т.н., профессор Б.А. Доронин

Учебно-методическое пособие содержит сведения по изучению дисциплины, решению задач, выполнению курсовых и расчетно-графических работ, справочные материалы.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов факультета механизации сельского хозяйства по направлениям подготовки бакалавров: 35.03.06 – Агроинженерия; 23.03.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

Одобрены и рекомендованы к изданию методической комиссией факультета механизации сельского хозяйства Ставропольского государственного аграрного университета.

Протокол № \_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2019 года.

## ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Значение курса теории механизмов и машин для инженерного образования велико. Но оно не одинаково в подготовке инженеров разных специальностей. Для инженеров-конструкторов, проектирующих новые машины, требуются более обширные знания, нежели для инженеров-механиков, сравнительно редко участвующих в проектировании машин. Тем не менее, инженеры-технологи и эксплуатационники должны хорошо разбираться в основных видах механизмов и знать их кинематические и динамические свойства. Эти знания необходимы для ясного понимания принципов работы отдельных механизмов и их взаимодействия в машине. В процессе эксплуатации любой машины всегда возможно возникновение неполадок и отказов в ее работе. Устранить эти неисправности, а в некоторых случаях даже дать задание на проектирование нового механизма может только инженер, хорошо знающий кинематические и динамические свойства механизмов.

При изучении тем курса следует прочесть соответствующую тему в программе по теории механизмов и машин, затем методические указания к ней, прочесть эту тему в рекомендуемом учебнике и дать ответы на вопросы для самопроверки с написанием необходимых расчетных формул и изображением схем и рисунков.

Кроме проработки теоретического материала, самое серьезное внимание следует уделить решению задач по источнику, указанному в библиографическом списке под цифрой 7. В каждый экзаменационный билет войдет задача по теории механизмов и машин из числа номеров, указанных ниже.

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

## ВВЕДЕНИЕ

Большую роль в формировании инженеров-механиков сельскохозяйственного производства играет курс «Теория механизмов и машин», излагающий научные основы создания новых машин и механизмов, методы проектирования механизмов и машин, а также методы их теоретического и экспериментального исследования.

Изучение курса «Теория механизмов и машин» следует начинать с уяснения круга вопросов (проблем), рассматриваемых в этой дисциплине, а также роли науки о механизмах и машинах в условиях научно-технической революции для решения важнейшей народнохозяйственной задачи - комплексной механизации и автоматизации процессов в сельскохозяйственном производстве. Ознакомьтесь со значением курса теории механизмов и машин для специалистов с инженерным образованием и, в частности, для инженеров сельскохозяйственного производства.

ЛИТЕРАТУРА: 1, с. 11-18; 2, с. 4-17.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Что понимают под комплексной механизацией и автоматизацией производственных процессов и какими средствами ее осуществляют?
2. Что изучает теория механизмов и машин?
3. Назовите новые виды машин и автоматов, возникшие в условиях научно-технической революции.

## **1. СТРУКТУРА (СТРОЕНИЕ) МЕХАНИЗМОВ**

Следует ознакомиться с основными понятиями и определениями курса: звено, кинематическая пара, кинематическая цепь, механизм, машина, машинный агрегат. Надо иметь представление о классификации кинематических пар. Нужно знать деление кинематических цепей на замкнутые и незамкнутые. В современных механизмах манипуляторов нашли широкое применение незамкнутые кинематические цепи со многими степенями свободы. Весьма важно научиться определять число степеней свободы механизмов, так как оно всегда равно числу входных звеньев механизма. Но не нужно путать число степеней свободы с числом наблюдаемых движений в механизме.

ЛИТЕРАТУРА: 1, с. 39-66; 2, с. 18-34.

Решить задачи: № 31-36, 38, 39, 42, 46, 51, 55, 56.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Дайте определения звену, кинематической паре.

2. Расскажите о делении пар на высшие и низшие, о классификации по Ассур - Артоболовскому.
3. Дайте определения кинематической цепи и назовите их виды.
4. Дайте определения механизму, машине и объясните их назначение.
5. Объясните физический смысл числовых коэффициентов в структурной формуле Малышева.
6. Какова степень подвижности группы Ассур? Приведите примеры групп Ассур второго класса.
7. Назовите последовательность расчленения схемы механизма на группы Ассур.
8. Укажите цель и способы условной замены высших пар кинематической цепью с низшими парами.

## **2. АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ**

### **2.1. Кинематический анализ механизмов**

Уясните задачи кинематического анализа плоских механизмов и методы решения поставленных задач. На примерах четырехзвенных механизмов изучите построение планов механизма, скоростей и ускорений, а также построение диаграмм с использованием способа графического дифференцирования по методу хорд. Прежде чем строить планы скоростей или ускорений, нужно выписать векторные уравнения, решения которых и есть план скоростей или ускорений. При изучении аналитического метода разберитесь с составлением функции положения, устанавливающей связь между координатами входного и выходного звеньев.

ЛИТЕРАТУРА: 1, с. 71-96., 107-116, 1,17-1132; 2, с. 59-118.

Решить задачи: № 91-94, 98-101, 111-116, 119, 121, 127-130, 132, 147-149, 153, 154, 156-159, 335, 337.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Расскажите о преимуществах и недостатках аналитического и графического методов.
2. Постройте в крайних положениях выходного звена кривошипно-ползунный механизм, шарнирный четырехзвенный и кулисный механизмы.
3. Какие характерные точки позволяют проверить правильность построения диаграмм?
4. Укажите порядок построения планов скоростей и ускорений в многозвенном механизме.
5. Расскажите, как, пользуясь планом скоростей, определить величину и направление угловой скорости звена?
6. Как, пользуясь планом ускорений, определить величину и направление углового ускорения?

7. Объясните правило подобия для определения скорости (ускорения) какой-либо точки звена.

8. При каких движениях звена возникает кориолисово ускорение? Как определить его величину и направление?

## 2.2. Динамический анализ механизмов

### 2.2.1. Силовой расчет механизмов

Данный раздел начните с изучения сил, действующих на звенья механизма. Обратите внимание на некоторую условность в разделении сил на силы движущие и силы сопротивления. Например, силы тяжести звеньев при подъеме центров масс оказываются силами сопротивления, а при опускании центров масс силами движущими. Нужно научиться определять для всех случаев движения звена силы инерции. Вспомните известный вам из теоретической механики принцип Даламбера и научитесь применять его при определении реакций в кинематических парах (связях), возникающих от действия заданных сил на звенья механизма при их движении. Метод силового расчета механизма с использованием сил инерции и применением уравнений динамического равновесия носит название кинетостатического расчета.

Силовой расчет многозвенного механизма нужно проводить по отдельным группам Ассура, начиная с наиболее удаленной, считая от входного звена. Заканчивается силовой расчет силовым расчетом входного звена, для которого определяются уравнивающий момент и реакция в кинематической паре стойка - входное звено. Кроме этого, нужно изучить вопрос определения уравнивающей силы методом рычага Н. Е. Жуковского.

ЛИТЕРАТУРА: 1, с. 213-220, 250-275; 2, с. 140-143, 180-190.

Решить задачи: № 174-176, 182-184, 187, 221, 225, 228-230, 245-247.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Дайте определение силе движущей, силе сопротивления.
2. Напишите формулу, по которой определяется модуль главного вектора силы инерции звена. Расскажите, как направлен этот вектор.
3. Расскажите о последовательности определения реакций в многозвенном механизме.
4. Расскажите о последовательности определения реакций в группе Ассура.
5. Расскажите, как с помощью рычага Жуковского определить уравнивающую силу (уравнивающий момент).

### 2.2.2. Анализ движения машинного агрегата

Вначале нужно рассмотреть методы приведения сил и масс, позволяющие все силы, действующие на звенья механизма, заменять силами, приложенными к одному из звеньев механизма, называемому звеном приведения. Аналогично следует все массы звеньев механизма заменять одной массой, сосредоточенной в точке приведения звена приведения. Для определения приведенной силы здесь также можно воспользоваться методом рычага Н. Е. Жуковского.

Одной из задач динамики механизмов является исследование движения звена приведения по заданным силам. Решением этой задачи является определение зависимости обобщенной координаты звена приведения от времени.

Чтобы провести такое исследование, нужно составить уравнение движения звена приведения механизма в дифференциальной форме и проинтегрировать его.

Необходимо знать уравнения движения механизма в двух формах: в форме уравнения кинетической энергии и в форме дифференциального уравнения. Нужно помнить, что уравнения движения в общем случае являются нелинейными, решение которых может быть найдено только приближенными методами.

Рассматривая режимы движения механизма - разбег, установившееся движение и выбег, важно установить соотношения между работами сил движущих и сил сопротивления, разность которых определяет каждый из режимов. Важно уяснить две основные характеристики установившегося движения: коэффициент полезного действия механизма и коэффициент неравномерности движения звена приведения механизма.

Нужно знать причины, вызывающие неравномерность движения, оценку неравномерности движения механизма специальным коэффициентом и регулирование периодических колебаний скорости звена приведения механизма введением дополнительной массы - маховика. Необходимо ознакомиться с регулированием непериодических колебаний скоростей звена приведения механизма. Нужно рассмотреть статику и динамику регулятора: его поведение при стационарном режиме и поведение его при нарушении (возмущении) этого режима.

ЛИТЕРАТУРА: 1, с. 131-402; 2, с. 144-179.

Решить задачи: № 251, 252, 253, 254, 258, 263, 264, 267, 272, 275, 279, 281.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Что называют механической характеристикой машины?
2. Дайте определение приведенной силы (приведенного момента), приведенной массы (приведенного момента инерции звеньев механизма).

3. Докажите, что приведенный момент инерции звеньев механизма не зависит от угловой скорости звена приведения.
4. Что понимают под механическим КПД механизма?
5. Чему равен КПД при последовательном (параллельном) соединении механизмов?
6. Расскажите о причинах, вызывающих колебания скорости входного звена механизма.
7. Объясните назначение маховика в машине.
8. Выведите формулу для расчета момента инерции маховика при постоянном приведенном моменте инерции звеньев механизма.
9. Чем следует руководствоваться при выборе места установки маховика в машине?
10. Расскажите, что такое обратная связь в процессе автоматического регулирования.
11. Какие регуляторы относятся к статическим, а какие к астатическим?
12. Что понимают под характеристикой регулятора скорости?  
В чем отличие устойчивой характеристики от неустойчивой?

### **3. СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ**

#### **3.1. Синтез рычажных механизмов**

Познакомьтесь вначале с постановкой задачи и далее на примерах простых четырехзвенных механизмов изучите следующие задачи синтеза:

- а) проектирование шарнирного четырехзвенника по двум и трем положениям шатуна и коромысла;
- б) проектирование схем шарнирного четырехзвенника, кривошипно-ползунного и кулисного механизма по коэффициенту изменения средней скорости выходного звена. Для этих же механизмов уясните вопрос о нахождении необходимых соотношений между длинами звеньев, при которых возможно или невозможно существование кривошипа.

К вопросам синтеза относятся и некоторые задачи динамического синтеза, связанные с распределением масс звеньев по условиям уменьшения давлений на стойку механизма, т.е. уравнивание механизмов. Простейшей задачей этого типа является задача уравнивания вращающегося звена. Нужно ознакомиться с условиями полного и частичного уравнивания сил инерции вращающихся масс и уяснить, в чем состоит и как проводится статическая и динамическая балансировка роторов.

Изучение вопросов уравнивания механизмов нужно также начинать с цели уравнивания и уяснения условий, при которых механизм считается уравновешенным. Ознакомьтесь с полным и

приближенным статическим уравниванием масс плоских механизмов.

ЛИТЕРАТУРА: 1, с. 287-312, 548-568; 2, с. 201-225, 308-321.

Решить задачи: № 192-195, 198-200, 370-374, 376, 381, 384.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Сформулируйте задачу синтеза о воспроизведении заданного закона движения.

2. Приведите примеры механизмов, в которых требуется получить достаточно точное воспроизведение заданного закона движения.

3. Сколько решений возможно при синтезе шарнирного четырехзвенника по двум положениям шатуна?

4. Определите длины кривошипа и шатуна в кривошипно-ползунном механизме по его средней скорости.

5. Определите размеры кривошипа и шатуна по коэффициенту изменения средней скорости и длине выходного звена в шарнирном четырехзвеннике.

6. Определите длину кривошипа в кулисном механизме по коэффициенту изменения средней скорости выходного звена.

7. Напишите условия уравновешенности сил инерции плоского механизма.

8. В чем суть статической балансировки и какое минимальное число грузов требуется для ее осуществления? В чем суть динамической балансировки и какое минимальное число противовесов требуется для ее осуществления?

## **3.2 Синтез зубчатых зацеплений**

Эту тему нужно начинать с изучения основной теоремы зацепления, т. е. нужно установить связь между заданным передаточным отношением и геометрическими характеристиками сопряженных профилей. Следует уяснить понятие сопряженных профилей и усвоить методы их построения. Нужно разобраться со скоростями скольжения сопряженных профилей и углом давления при передаче движения от одного сопряженного профиля к другому.

Рассмотрите элементы зубчатого колеса, элементы, свойства зубчатого зацепления и способы изготовления зубчатых колес. Нужно изучить такие вопросы, как явление подрезания и заострения зуба, выбор коэффициентов смещения, а также ознакомиться с качественными показателями зубчатой передачи.

ЛИТЕРАТУРА: 1, 408-460, 462-485; 2, с. 340-400.

Решить задачи: № 335-337, 341, 343.

### 3.3 Синтез зубчатых механизмов

В этой теме рассматриваются вопросы проектирования механизмов. Освойте аналитический и графический методы расчета передаточного отношения зубчатых механизмов, включая и планетарные. Обеспечение заданного передаточного отношения - есть основное условие синтеза планетарных механизмов. Изучите общие рекомендации по выбору схемы планетарного редуктора. На примерах простейших схем, из передаточного отношения и условия соосности научитесь подбирать числа зубьев колес. Разберитесь с такими понятиями, как условия сборки и соседства.

ЛИТЕРАТУРА; 1, с. 402-434; 2,, с. 142-176, 495-501.

Решить задачи: № 346, 347.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Чему равна степень свободы планетарного механизма, дифференциального механизма?
2. В чем заключается метод обращения движения и где он используется?
3. Напишите формулу Виллиса и поясните, для определения передаточного отношения каких механизмов можно ее использовать?
4. Напишите условие соосности для простейших схем планетарных механизмов.
5. Напишите условия соседства и сборки и поясните их физический смысл.

### 3.4. Синтез кулачковых механизмов

Ознакомьтесь с различными типами плоских и пространственных кулачковых механизмов. Изучите выбор закона движения толкателя в кулачковом механизме. Подробно разберите условия, от которых зависит величина минимального радиуса кулачка. Используя метод обращения движения, научитесь графически строить профиль кулачка для различных схем кулачковых механизмов: с поступательно движущимся толкателем, с коромыслом, с плоским толкателем.

ЛИТЕРАТУРА: 1, с. 507-548; 2, с. 444-470.

Решить задачи: № 351, 356, 360.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Назовите преимущества и недостатки кулачковых механизмов по сравнению с рычажными механизмами.
2. Дайте определение угла давления и поясните, как его изменение влияет на работу кулачкового механизма.
3. Поясните, при каких законах движения толкателя возможны удары в кулачковых механизмах?
4. Расскажите, почему в кулачковых механизмах с плоским толкателем профиль кулачка всегда должен быть выпуклым.

## **4. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАШИН-АВТОМАТОВ**

### **4.1. Управление движением системы механизмов**

Ознакомьтесь с различными системами управления движением механизмов: автоматическим, программным, с помощью ЭВМ. Разберитесь с характером управляющих сигналов (дискретные САУ и аналоговые САУ).

### **4.2. Роботы и манипуляторы**

Ознакомьтесь с видами манипуляторов, с их делением на манипуляторы с ручным управлением и с автоматическим управлением. Разберитесь с такими понятиями, как: рабочий объем манипулятора, маневренность манипулятора, зона обслуживания, угол сервиса и коэффициент сервиса манипулятора.

ЛИТЕРАТУРА: 1. с. 613-631; 2, с. 475-483, 321-327, 332-337.

#### *Вопросы для самопроверки*

1. Назовите условия работы, в которых применение манипуляторов особенно необходимо.
2. Расскажите, что такое манипулятор и промышленный робот.
3. Сколько степеней свободы имеет промышленный робот?

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

### 5. СТРОЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ

Механизм есть система твердых тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел. Механизмы могут иметь как простое, так и достаточно сложное строение (структуру). От строения механизма зависят осуществляемые им движения, способы их преобразования, а также число степеней свободы. Соединение отдельных звеньев в механизм сопровождается наложением связей, от правильного выбора и распределения которых зависят надежность и работоспособность механизма. В связи с этим весьма важно знать основные виды современных механизмов, их структуру, т.е. закономерности их строения.

#### 5.1. Основные понятия и определения

Твердые тела, из которых образуется механизм, называются звеньями. *Звено* - это либо одна деталь, либо совокупность нескольких деталей, соединенных в одну кинематически неизменную систему. Звенья бывают подвижные и неподвижные. Неподвижное звено для краткости называют стойкой. Неподвижность звена показывают на схемах штриховкой. Подвижные звенья различают по характеру их движения. Звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной оси, называют *кривошипом*, при неполном обороте - *коромыслом*. Звено, участвующее одновременно в двух движениях - в поступательном и во вращательном вокруг некоторой мгновенной оси, называют *шатун*ом. Звено, вращающееся вокруг неподвижной оси и входящее с другим звеном в поступательную кинематическую пару, называют *кулисой*. Кроме того, подвижные звенья делят на входные и выходные. *Входным* называют звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемое движение выходного звена. *Выходным* называют звено, совершающее движение, для которого предназначен механизм.

*Кинематической парой* (сокращенно - парой) называют подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев. Пары различают по характеру соприкосновения звеньев: пару называют *низшей*, если звенья, образующие пару, соприкасаются по поверхности, и *высшей*, если только по линиям или в точках. Кроме того, кинематические пары классифицируют по числу степеней свободы в относительном движении звеньев (подвижность пары) и по числу условий связи (ограничений), накладываемых парой на движение одного звена относительно другого.

Здесь мы рассмотрим только примеры одноподвижных пар и высшей, как в заданиях на проект все механизмы имеют в основном такие кинематические пары. Вращательная пара (рис. 5.1 а) - одноподвижная, допускает лишь относительное вращательное движение звеньев вокруг оси, звенья 1, 2 соприкасаются по цилиндрической поверхности, следовательно, это низшая кинематическая пара. Роль такой пары выполняет и более сложная конструкция - шарикоподшипник.

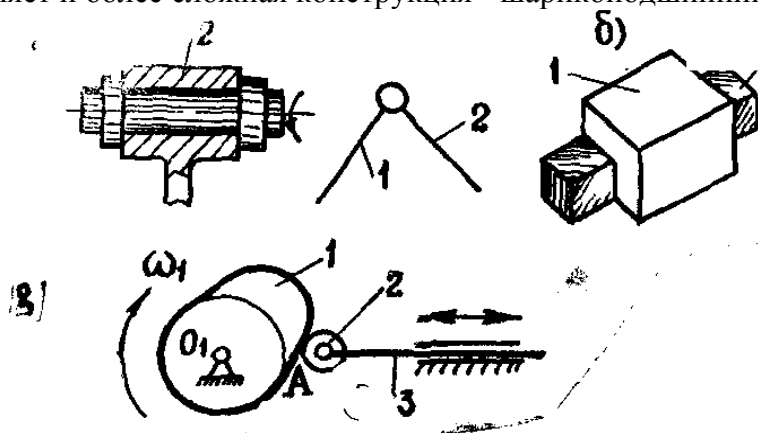


Рис. 5.1. Кинематические пары

Поступательная пара (рис. 5.1 б) — одноподвижная, низшая, допускает лишь поступательное прямолинейное движение. Низшие пары обладают возможностью передачи значительных сил из-за большой контактной поверхности соприкасающихся звеньев. Высшие пары позволяют уменьшить трение в машинах (шарикоподшипник) и получить практически любые законы движения выходного звена путем придания определенной формы звеньям, образующим высшую пару, например кулачковый механизм (рис. 5.1 в).

**Виды механизмов.** Механизмы классифицируют по различным признакам. Их делят на механизмы с низшими и высшими парами. Те и другие могут быть плоскими и пространственными. Наиболее распространенные механизмы с низшими парами - рычажные, с высшими парами — кулачковые, зубчатые, фрикционные.

**Примеры плоских механизмов с низшими парами.** Кривошипно-ползунный механизм (рис. 5.2 а) - один из самых распространенных. Он является основным механизмом в двигателях внутреннего сгорания (ДВС), компрессорах, насосах и др. Звено I - *кривошип*, 2 - *шатун*, 3 - *ползун*, 4 - *стойка*. Шарнирный четырехзвенный механизм (рис. 5.2 е) служит для преобразования одного вида вращательного движения в другое. Применяется в зерноуборочных комбайнах, в стогометателях, в пресс-подборщиках, качающихся конвейерах и т. д. звено 1 - *кривошип*, 2 - *шатун*, 3 - *коромысло*, 4 - *стойка*.

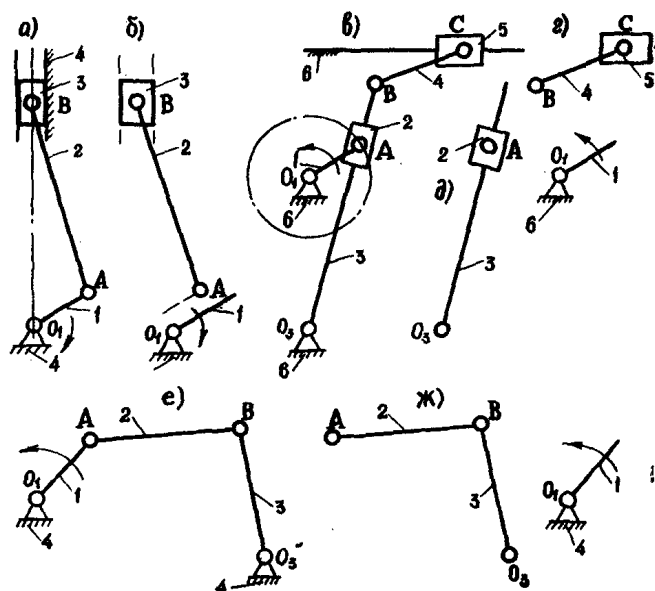


Рис. 5.2. Схемы двухповодковых групп Ассур II класса 1-го, 2-го и 3-го видов и образование механизмов

Кулисный механизм (рис. 5.2 в) служит для преобразования одного вида вращательного движения (звена 1) в другой (звена 3). Звено 1 - кривошип, 2 - кулисный камень, 3 - кулиса, 6 - стойка. Большей частью кулисный механизм применяется в практике с дополнительной двухповодкой группой (звенья 4-5).

**Структурная формула плоских механизмов.** Существуют общие закономерности в структуре (строении) самых различных механизмов, связывающие число степеней свободы механизма с числом звеньев, числом и видом его кинематических пар. Эти закономерности носят название структурных формул механизмов. Для пространственных механизмов наиболее часто используется формула Малышева. Для плоских - формула П. Л. Чебышева.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (5.1.)$$

где  $n$  - число подвижных звеньев,  $p_5$  - число пар 5-го класса (одноподвижных пар),  $p_4$  - число пар 4-го класса (высших).

**Структурный анализ механизмов.** Согласно идеям Ассур, любой механизм может быть получен путем присоединения к входному звену и стойке кинематических цепей (групп Ассур, структурных групп) с нулевой подвижностью относительно тех звеньев, к которым группа Ассур подсоединяется, т. е.

$$W_{\Gamma} = 3n_{\Gamma} - 2p_{5\Gamma} = 0.$$

Из этой формулы следует, что в группе Ассура число звеньев четное, а число пар кратное трем. Самая простая группа состоит из двух звеньев и трех пар, ее называют группой Ассура II класса. У этой группы возможны 5 видов в зависимости от сочетания вращательных и поступательных пар. Мы рассмотрим здесь только 3 вида (1-й, 2-й и 3-й), (рис. 5.2 ж, б, г, д), поскольку в заданиях на проект механизмы в основном состоят из групп II класса 1-го, 2-го, 3-го видов. На рис. 5.2 ж показана группа Ассура II кл. 1-го вида, в которой все пары вращательные. Пары  $A$  и  $O_3$  внешние или концевые, они служат для подсоединения группы Ассура к входному звену 1 и стойке 4. Пара  $B$  внутренняя, она служит для соединения между собой звеньев, входящих в группу Ассура. В группе Ассура 2-го вида одна внешняя пара (любая) поступательная (рис. 5.2 б, г, д). В 3-м виде поступательной парой является внутренняя кинематическая пара (рис. 5.2 д).

В зависимости от класса и вида групп Ассура применяют различные методы кинематического и силового анализа. Структурный анализ механизма следует проводить путем расчленения его схемы на группы Ассура, начиная с наиболее удаленной по кинематической цепи от входного звена. На рис. 5.2 приведены примеры структурного анализа механизмов. Мы более подробно рассмотрим шестизвенный кулисный механизм строгального станка (рис. 5.2 в). Определяем степень подвижности механизма по формуле Чебышева:

$$W=3n-2p_5-p_4=3\cdot5-2\cdot7-0=1$$

Полученный результат свидетельствует о том, что в механизме должно быть одно входное звено. Последовательно отсоединяем сначала звенья 4-5 – это группа Ассура II класса 2-го вида, далее звенья 2-3 – группа Ассура II класса 3-го вида. Остался механизм I класса\*, т. е. входное звено 1 со стойкой 6.

## **6. СИНТЕЗ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СХЕМ МЕХАНИЗМОВ С НИЖШИМИ ПАРАМИ**

При проектировании механизма решают следующую задачу: по выбранной структурной схеме и заданной кинематической характеристике определяют размеры звеньев проектируемого механизма, при которых они совершали бы требуемые движения.

### **6.1. Синтез кривошипно-ползунного механизма по средней скорости ползуна и частоте вращения кривошипа**

*Задано:* средняя скорость ползуна  $U_{cp}$  (м/с); частота вращения кривошипа  $n_1$  (об/мин); отношение длины шатуна  $AB$  к длине кривошипа

$O_1A \lambda$ . Так как за минуту ползун 3 (рис. 6.1) проходит путь, равный  $2S_{\max} \cdot n_1$ , то величина хода ползуна равна

$$S_{\max} = \frac{30V_{cp}}{n_1}$$

Из рисунка видно, что длина кривошипа  $O_1A$  равна половине хода ползуна 3, значит.

$$l_{O_1A} = \frac{15V_{cp}}{n_1} \quad (6.1)$$

Длина шатуна определится через заданное отношение  $X$

$$l_{AB} = l_{O_1A} \cdot \lambda \quad (6.2)$$

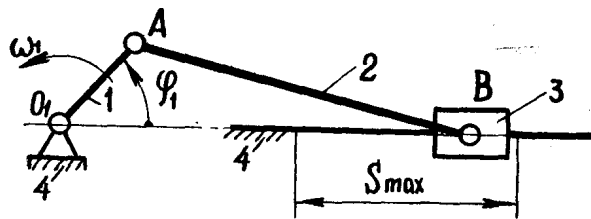


Рис. 6.1. Схема кривошипно-ползунного механизма

## 6.2. Синтез шарнирного четырехзвенного механизма по коэффициенту изменения средней скорости выходного звена

Задано:  $l_{O_3B}$  - длина коромысла (выходного звена),  $\gamma$  - координата его крайнего положения,  $\beta$  - угловой ход коромысла,  $K_v$  - коэффициент изменения средней скорости коромысла  $O_3B$ . Центр вращения кривошипа находится в некоторой, пока неизвестной точке  $O_1$  (рис. 6.2).

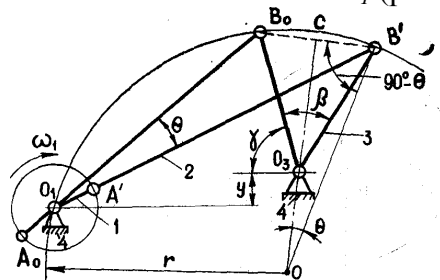


Рис. 6.2. Построение схемы шарнирного четырехзвенного механизма по заданному коэффициенту изменения средней скорости выходного звена

На этом рисунке изображены два крайних положения механизма, в каждом из которых кривошип и шатун находятся на одной прямой. Угол между этими двумя прямыми  $O_1B_0$  и  $O_1B'$  обозначен буквой  $\theta$  и определяется из выражения

$$\Theta = 180^\circ \frac{K_v - 1}{K_v + 1} \quad (6.3)$$

Если через середину отрезка  $B_0B'$  провести перпендикуляр, а через точку  $B'$  провести прямую под углом  $90^\circ - \Theta$  к отрезку  $B_0B'$ , то точка  $O$  пересечения прямых  $OC$  и  $OB'$  будет являться центром описанной окружности радиуса  $r=OB'$ . Любую точку на этой окружности можно взять за центр вращения кривошипа  $O_1A$ .

Чтобы решение было однозначным, задают, например, координату точки  $O_1$  по оси  $Y$ . Размеры звеньев  $O_1A$  и  $AB$  определяют по формулам:

$$O_1A = \frac{(O_1B' - O_1B_0)}{2} \quad AB = O_1B_0 + O_1A \quad (6.4)$$

### 6.3. Синтез механизма с качающейся кулисой по коэффициенту изменения средней скорости кулисы 3

Задано:  $K_v$  - коэффициент изменения средней скорости кулисы 3. Межосевое расстояние  $l_{O_1O_3}$  (рис. 6.3).

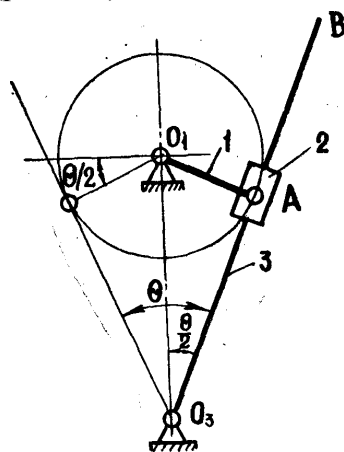


Рис. 6.3. Построение схемы механизма с качающейся кулисой по заданному коэффициенту изменения средней скорости кулисы 3

По формуле (6.3) определяют угол  $\Theta$ . Длину кривошипа  $O_1A$  находят из выражения:

$$l_{O_1A} = l_{O_1O_3} \cdot \sin \frac{\Theta}{2} \quad (6.5)$$

## 7. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

Основным назначением механизма является выполнение им необходимых движений, которые описываются посредством кинематических характеристик. К ним относятся траектории точек,

координаты точек и звеньев механизма, перемещения точек и звеньев, а также их скорости и ускорения. Вышеназванные кинематические характеристики мы будем находить графическими методами, которые позволяют определить положения звеньев, скорости и ускорения точек и звеньев достаточно быстро и для большинства практических задач достаточно точно (0,3-0,5%). Кроме того, они обладают большой наглядностью. Графические методы становятся непригодными, если требуется провести большой объем однообразных решений с очень высокой степенью точности.

### 7.1. Планы механизма

Изображение кинематической схемы механизма в выбранном масштабе, соответствующее определенному положению входного звена, называется планом механизма. Масштаб плана механизма определяется отношением числового значения длины изображаемого звена в метрах к длине отрезка на плане в мм, т. е.

$$\mu_l = \frac{l_{AB}}{AB}, \text{ где } [l_{AB}] = \text{м}; \quad [AB] = \text{мм}; \quad [\mu_l] = \text{м/мм}.$$

### 7.2. Планы скоростей и ускорений

Планом скоростей механизма называют чертеж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и по направлению скоростям различных точек звеньев механизма в данный момент. План скоростей для механизма является совокупностью нескольких планов скоростей для отдельных групп Ассур, а значит, и отдельных звеньев.

Чертеж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и направлению ускорениям различных точек звеньев механизма в данный момент, называют планом ускорений механизма. Векторы, имеющие начало в полюсе плана скоростей или ускорений, называются абсолютными.

При построении планов скоростей и ускорений будем использовать известные из теоретической механики теоремы о сложении скоростей и ускорений.

Теорема сложения скоростей при сложном движении точки формулируется так: абсолютная скорость  $V_a$  точки равна геометрической сумме переносной  $V_e$  и относительной  $V_r$  скоростей этой точки, т.е:

$$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r$$

При плоскопараллельном движении звена переносное движение является поступательным со скоростью произвольно выбранной точки звена, принятой за плюс, а относительное движение является

вращательным вокруг этой точки. Угол и направление поворота от выбора полюса не зависят.

Абсолютное ускорение  $\bar{a}_a$  любой точки звена при плоскопараллельном движении твердого тела равно геометрической сумме двух ускорений: ускорения  $a_e$  в поступательном переносном движении и ускорения  $\bar{a}_r$  во вращательном относительном движении

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e + \bar{a}_r = \bar{a}_e + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^r, \text{ где}$$

$\bar{a}_r^n$  – нормальное ускорение в относительном движении, направленное по радиусу вращения точки к центру кривизны траектории;

$\bar{a}_r^r$  – касательное ускорение, направленное перпендикулярно радиусу вращения.

### 7.2.1. Методика построения планов скоростей и ускорений для групп Ассра II класса

Построение планов скоростей и ускорения для групп Ассра II класса рассмотрим на примерах конкретных механизмов.

**Пример 1.** Дан механизм соломонабивателя (рис. 7.1 а). Известно: угловая скорость входного звена  $\omega_1 = 6$  рад/с; длины звеньев  $l_{O_1A} = 0,25$  м,  $l_{AB} = 1,2$  м,  $l_{BO_3} = 0,6$  м,  $l_{AC} = 0,2l_{AB}$ . Определить скорость и ускорение точки C, а также угловую скорость  $\omega_2$  и угловое ускорение  $\varepsilon_2$  звена 2. Данный механизм состоит из одной группы Ассра II кл. 1-го вида (звенья 2, 3) и входного звена  $O_1A$  со стойкой 4.

**Построение плана скоростей.** Движение точки B разложим на переносное поступательное со скоростями точек A и  $O_3$  и относительное вращательное соответственно вокруг точек A и  $O_3$ . Тогда векторные уравнения для скорости точки B будут иметь вид:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}, \bar{V}_B = \bar{V}_{O_3} + \bar{V}_{BO_3}, \text{ где } \bar{V}_{O_3} = 0$$

Приравниваем правые части этих уравнений

$$\bar{V}_A + \bar{V}_{BA} = \bar{V}_{BO_3} \quad (7.1)$$

В уравнении (7.1) все скорости известны по направлению:  $\bar{V}_A \perp O_1A$ ,  $\bar{V}_{BA} \perp BA$ ,  $\bar{V}_{BO_3} \perp BO_3$ . Известна также величина скорости точки A  $V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 6 \cdot 0,25 = 1,5$  м/с.

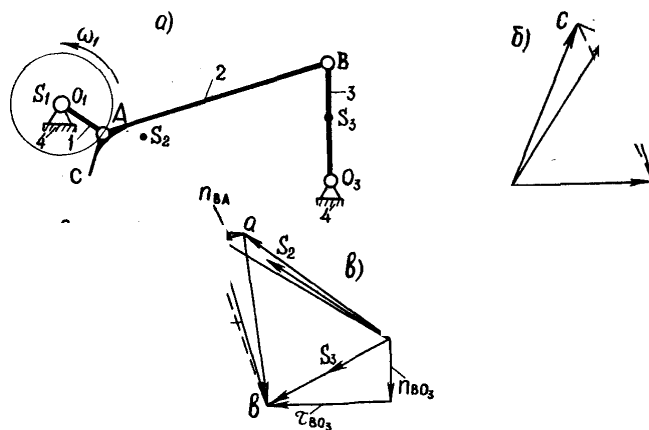


Рис. 7.1. Схема шарнирного четырехзвенного механизма соломонабивателя, его планы скоростей и ускорений

Величины скоростей  $V_{BA}$  и  $V_{BO_3}$  найдем построением плана скоростей. Выбираем в качестве полюса плана скоростей точку  $p$  (рис. 7.1, б) и откладываем от нее отрезок  $pa = 30$  мм перпендикулярно кривошипу  $O_1A$ . Через точку  $a$  вектора  $pa$  проводим прямую перпендикулярную направлению  $BA$ , а из полюса  $p$  проводим перпендикуляр к оси звена  $O_3B$ . В пересечении получаем искомую точку  $b$ . Скорость точки  $C$  определяем по правилу подобия. Для этого на стороне  $ba$  строим  $\Delta bac$  подобный  $\Delta BAC$ . Соединяем точку  $c$  с полюсом  $p$ . Масштаб плана скоростей равен:

$$\mu_v = \frac{V_A}{pa} = \frac{1,5}{43} = 0,035 \frac{M}{c \cdot mm} \quad \mu_v = \frac{V_A}{pa} = \frac{1,5}{43} = 0,035 \frac{M}{c \cdot mm}$$

$$V_B = V_{BO_3} = \mu_v \cdot pb = 0,035 \cdot 35 = 1,26 \frac{M}{c}, \quad V_{BA} = \mu_v \cdot ba = 0,035 \cdot 36 = 1,26 \frac{M}{c}, \quad V_C = \mu_v \cdot pc = 0,035 \cdot 42 = 1,47 \frac{M}{c}$$

**Построение плана ускорений.** При определении ускорений следует помнить, что в группах Ассур II класса 1-го вида всегда известны ускорения внешних пар. В нашем случае  $a_{O_3} = 0, a_A = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A} = 6^2 \cdot 0,25 = 9 M/c^2$ . Полное ускорение точки  $A$  является нормальным, так как  $\omega_1 = \text{const} = 6 \frac{rad}{c}$ .

Для определения ускорения  $a_B$  точки  $B$ , как и для определения скорости  $v_B$  точки  $B$ , рассматриваем ее движение, как сложное, состоящее из переносного поступательного с ускорениями  $a_A$  и  $a_{O_3}$  и относительного вращательного вокруг точек  $A$  и  $O_3$ . Тогда векторные уравнения для определения ускорения точки  $B$  будут следующими:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^{\tau}; \quad \vec{a}_B = \vec{a}_{O_3} + \vec{a}_{BO_3}^n + \vec{a}_{BO_3}^{\tau}, \quad \text{где } \vec{a}_{O_3} = 0$$

Приравнивая правые части этих уравнений, получаем:

$$\vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\tau} + \vec{a}_{BA}^n = \vec{a}_{BO_3}^n + \vec{a}_{BO_3}^{\tau} \quad (7.2)$$

В этом уравнении известны направления всех векторов:

$$\underline{\bar{a}}_A \parallel AO_1; \underline{\bar{a}}_{BA}^n \parallel BA; \underline{\bar{a}}_{BA}^r \perp BA; \underline{\bar{a}}_{BO_3}^n \parallel BO_3; \underline{\bar{a}}_{BO_3}^r \perp BO_3$$

Величины нормальных ускорений всегда можно найти, если построен план скоростей:

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{1,26^2}{1,2} = 1,32 \frac{M}{c^2}; \quad a_{BO_3}^n = \frac{V_{BO_3}^2}{l_{BO_3}} = \frac{1,38^2}{0,6} = 3,2 \frac{M}{c^2}$$

Тангенциальные ускорения в выражении (7.2) найдем построением плана ускорений. Из точки  $\pi$ , принимаемой за полюс (рис. 7.1 в), проводим отрезок  $\pi a = 45$  мм, тогда масштаб  $\mu_a = \frac{a_a}{\pi a} = \frac{9}{45} = 0,2 \frac{M}{c^2} / мм$ .

Вычисляем длины векторов  $\bar{n}_{BA}$  и  $\bar{n}_{BO_3}$ , изображающие на плане ускорений ускорения  $\bar{a}_{BA}^n$  и  $\bar{a}_{BO_3}^n$ .

$$n_{BA} = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{1,32}{0,2} = 6,6 мм, \quad n_{BO_3} = \frac{a_{BO_3}^n}{\mu_a} = \frac{3,2}{0,2} = 16 мм$$

Через точку  $a$  вектора  $\bar{\pi a}$  проводим вектор  $\bar{n}_{BA} = 6,6$  мм параллельно направлению  $BA$ . Из конца вектора  $\bar{n}_{BA}$  проводим прямую, перпендикулярную к направлению  $BA$ . Из полюса  $\pi$  проводим вектор  $\bar{n}_{BO_3} = 16$  мм параллельно оси звена  $BO_3$ , а через конец вектора  $\bar{n}_{BO_3}$  - перпендикуляр к оси звена  $BO_3$ . Точка  $b$  пересечения двух прямых определит длины векторов  $\bar{\tau}_{BA}$  и  $\bar{\tau}_{BO_3}$ . Модули ускорений  $\bar{a}_{BA}^r$  и  $\bar{a}_{BO_3}^r$  равны:

$$a_{BA}^r = \mu_a \cdot \bar{\tau}_{BA} = 0,2 \cdot 44 = 8,8 \frac{M}{c^2}$$

$$a_{BO_3}^r = \mu_a \cdot \bar{\tau}_{BO_3} = 0,2 \cdot 32 = 6,4 \frac{M}{c^2}$$

Угловые ускорения  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  определяем через тангенциальные:

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^r / l_{BA} = 8,8 / 1,2 = 7,3 рад / c^2$$

$$\varepsilon_3 = a_{BO_3}^r / l_{BO_3} = 6,4 / 0,6 = 10,7 рад / c^2$$

Ускорения центров масс звеньев 2 и 3 определяем по правилу подобия, их модули равны:

$$a_{S_2} = \mu_a \cdot \bar{\pi S_2} = 0,2 \cdot 38 = 7,6 рад / c^2$$

$$a_{S_3} = \mu_a \cdot \bar{\pi S_3} = 0,2 \cdot 18 = 3,6 рад / c^2$$

**Пример 2.** Дан механизм строгального станка (рис. 7.2 а). Известно: угловая скорость  $\omega_1 = 3$  рад/с, длины звеньев -  $l_{AO_1} = 0,2$  м,  $l_{BO_3} = 0,78$  м,  $l_{CB} = 0,17$  м. Методом планов определить скорости точек  $B$ ,  $C$ ,  $S_3$ ,  $S_4$ , а также ускорение точки  $B$ .

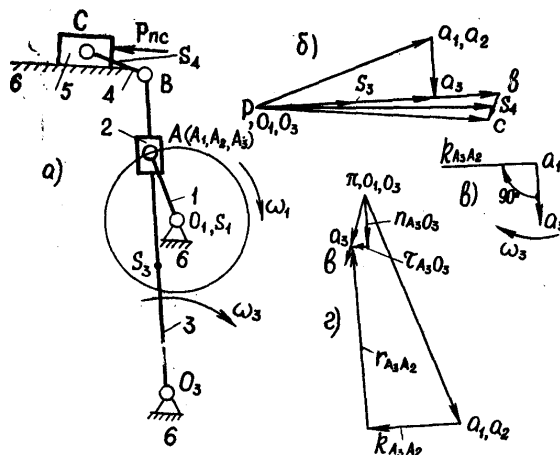


Рис. 7.2. Схема кулисного механизма строгального станка, его планы скоростей и ускорений

Данный механизм, как было рассмотрено выше, состоит из двух групп Ассур II класса 2-го вида (звенья 4, 5), II класса 3-го вида (звенья 2, 3) и входного звена 1 со стойкой 6.

### Построение планов скоростей для группы Ассур II класса 3-го вида

Обозначим через  $A_1$  на схеме механизма точку  $A$ , принадлежащую звену 1,  $A_2$  - звену 2 и  $A_3$  - звену 3. Согласно теореме о плоском движении записываем уравнения:

$$\vec{V}_{A_3} = \vec{V}_{A_2} + \vec{V}_{A_3A_2}, \quad V_{A_3} = V_{O_3} + V_{A_3O_3}, \quad \text{здесь } V_{O_3} = 0$$

Приравниваем правые части, так как равны левые, получаем

$$\vec{V}_{A_2} + \vec{V}_{A_3A_2} = \vec{V}_{A_3O_3} \quad (7.4)$$

В этом уравнении известны все направления векторов

$$\vec{V}_{A_2} \parallel O_1A, \quad \vec{V}_{A_3A_2} \parallel BO_3, \quad \vec{V}_{A_3O_3} \perp BO_3$$

Скорости точек  $A_1$  и  $A_2$  известны и по модулю

$$V_{A_2} = V_{A_1} = \omega_1 l_{O_1A} = 3 \cdot 0.2 = 0.6 \frac{M}{c}$$

Из полюса  $p$  (рис. 7.26) проводим вектор  $\overline{pa_1}$  длиной 45мм перпендикулярно к звену  $O_1A$ . Из точки  $a_1$  проводим прямую, параллельную направлению  $BO_3$ , а из полюса  $p$  - прямую, перпендикулярную направлению  $BO_3$ . Точка пересечения этих прямых - есть искомая точка  $a_3$ . Положения точек  $b$  и  $S_3$  на плане скоростей

находим из условия пропорциональности отрезков:  $\frac{pa_3}{pa_1} = \frac{B_3O_3}{AO_3}, \quad \frac{ps_3}{pa_3} = \frac{S_3O_3}{AO_3}$

откуда:

Код поля изменен

$$pb = pa_3 \cdot \frac{BO_3}{AO_3} = \frac{44 \cdot 78}{57} = 60 \text{ мм}, \quad ps_3 = \frac{pa_3 \cdot S_3 O_3}{AO_3} = \frac{44 \cdot 31}{57} = 23,9 \text{ мм}$$

Значения длин отрезков подставляем в уравнения в мм, взяв их с плана скоростей и плана механизма.

### Построение планов скоростей группы Ассур II класса 2-го вида

Построение планов скоростей группы Ассур II класса 2-го вида проводим, как в примере выполнения проекта, согласно уравнению

$$\bar{V}_C = \bar{V}_B + \bar{V}_{CB} \quad (7.5)$$

В этом уравнении направления всех векторов известны:  $\bar{V}_C \parallel (x-x)$ ,  $\bar{V}_{CB} \perp CB$ . Из точки  $b$  вектора  $\bar{pb}$  плана скоростей проводим перпендикуляр к звену  $CB$ , а из полюса  $p$  — горизонтальную прямую. В пересечении получим искомую точку  $c$ .

$$V_C = \mu_V \cdot \bar{pc} = 0,13 \cdot 57 = 7,41 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad V_{CB} = \mu_V \cdot \bar{cb} = 0,13 \cdot 7 = 0,9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

### Построение планов ускорений группы Ассур II класса 3-го вида

Особенность такой группы Ассур заключается в том, что переносным движением является вращательное движение кулисы 3 вокруг точки  $O_3$ , а поступательным является движение камня 2 по кулисе 3. Из этого следует, что абсолютное ускорение точки  $A_3$  равно сумме трех ускорений: переносного, относительного и кориолисова. Выпишем векторное уравнение для построения плана ускорений. Ускорения внешних пар (шарниров)  $A_1$  и  $O_3$  известны по модулю.

$$a_{A_1} = a_{A_1 O_1}^n = a_{A_2} = \omega_1^2 \cdot l_{O_1 A} = 3^2 \cdot 0,2 = 1,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad a_{O_3} = 0$$

Неизвестно ускорение точки  $A_3$  во внутренней поступательной паре.

$$\bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3 A_2}^k + \bar{a}_{A_3 A_2}^r, \quad \bar{a}_{A_3} = \bar{a}_{O_3} + \bar{a}_{A_3 O}^n + \bar{a}_{A_3 O}^r$$

Приравниваем правые части этих уравнений, так как равны левые.

$$\bar{a}_{A_2} + \bar{a}_{A_3 A_2}^k + \bar{a}_{A_3 A_2}^r = \bar{a}_{A_3 O}^n + \bar{a}_{A_3 O}^r, \quad (7.6)$$

где  $\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1}$  — нормальное ускорение точки  $A_1$  при ее движении вокруг точки  $O_1$ ;

$\bar{a}_{A_3 A_2}^k$  — кориолисово ускорение;

$\bar{a}_{A_3 A_2}^r$  — относительное ускорение поступательного движения кулисы 3 относительно камня 2;

$\bar{a}_{A_3 O}^n$  — нормальное ускорение точки  $A_3$  кулисы 3 в ее вращательном движении вокруг точки  $O_3$ ;

$\vec{a}_{A_3O}^r$  — тангенциальное ускорение точки  $A_3$  кулисы 3  
в ее вращательном движении вокруг точки  $O_3$ .

В уравнении (7.6) направления всех векторов известны

$$\vec{a}_{A_2} \parallel AO_1, \vec{a}_{A_3A_2}^k \perp BO_3, \vec{a}_{A_3A}^r \parallel BO_3, \vec{a}_{A_3O_3}^n \parallel BO_3, \vec{a}_{A_3O_3}^r \perp BO_3$$

Для определения направления кориолисова ускорения необходимо вектор относительной скорости  $\vec{V}_{A_3A_2}$ , повернуть вокруг его начала на  $90^\circ$  в направлении угловой скорости кулисы 3 (рис. 7.2в). Найдем величины ускорений  $\vec{a}_{A_3A_2}^k$ , и  $\vec{a}_{A_3A_2}^n$ ,

$$a_{A_3A_2}^k = 2 \cdot \omega_3 \cdot V_{A_3A_2} = 2 \cdot 1 \cdot 0,195 = 0,39 \frac{M}{c^2},$$

$$\text{где } \omega_3 = \frac{V_B}{l_{BO_3}} = \frac{\mu_V \cdot p\bar{b}}{l_{BO_3}} = \frac{0,013 \cdot 60}{0,78} = 1 \frac{рад}{c};$$

$$V_{A_3A_2} = \mu_V \cdot \overline{a_3 a_1} = 0,013 \cdot 15 = 0,195 \frac{M}{c}$$

$$a_{A_3O_3}^n = \omega_3^2 \cdot l_{O_3A} = \omega_3^2 \cdot \mu_l \cdot AO_3 = 1^2 \cdot 58 \cdot 0,012 = 0,68 \frac{M}{c^2}$$

где  $\mu_l$  — масштаб плана механизма,  $\mu_l = \frac{l_{AO_1}}{AO_1} = \frac{0,2}{17} = 0,012 \frac{M}{мм}$ . Вычислим

масштабные отрезки ускорений  $a_{A_3A_2}^k$  и  $a_{A_3O_3}^n$

$$k_{A_3A_2} = \frac{a_{A_3A_2}^k}{\mu_A} = \frac{0,39}{0,03} = 13 \text{ мм};$$

$$n_{A_3O_3} = \frac{a_{A_3O_3}^n}{\mu_A} = \frac{0,68}{0,03} = 22,6 \text{ мм}$$

$$\text{где } \mu_A = \frac{a_A}{\pi a_1} = \frac{1,8}{60} = 0,03 \frac{M}{c^2} / \text{мм}.$$

Из полюса  $\pi$  (рис. 7.2г) проводим вектор  $\pi a_1 = 60 \text{ мм}$  параллельно звену  $O_1A$  от точки  $A$  к точке  $O_1$ . Из конца вектора  $\pi a_1$  проводим вектор  $\bar{k}_{A_3A_2} = 13 \text{ мм}$ , далее, через конец которого прямую, параллельную звену  $BO_3$ . Построение левой части уравнения (7.6) закончили. Начинаем построение правой части. Из полюса  $\pi$  плана ускорений проводим вектор  $\bar{n}_{A_3O_3}$  параллельно звену  $BO_3$  в направлении от точки  $A_3$  к точке  $O_3$ . Через конец вектора  $\bar{n}_{A_3O_3}$ , проводим прямую, перпендикулярную звену  $O_3B$ . Точка  $a_3$  пересечения прямых определит величины отрезков  $\bar{a}_{A_3O_3}^n$  и  $\bar{r}_{A_3A_2}^r$ . Длину вектора  $\bar{\pi b}$  на плане ускорений находим из пропорциональности отрезков  $\pi b / \pi a_3 = BO_3 / AO_3$ , откуда

$$\pi b = \pi a_3 \cdot BO_3 / AO_3 = 13 \cdot 78 / 57 = 17,8 \text{ мм}.$$

Ускорение точки  $C$  звена 5 можно найти, построив план ускорений для группы Ассура II класса 2-го вида (см. пример выполнения проекта).

## 8. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ

Силовой расчет проводится с целью определения реакций в кинематических парах при заданных внешних силах. Знание реакций в кинематических парах необходимо для расчетов на прочность, жесткость, износостойкость, надежность, для выбора типа и размера подшипников, определения КПД и др.

### 8.1. Общая методика силового расчета

При силовом расчете механизмов с учетом ускоренного движения звеньев используют общий метод, принцип Даламбера, согласно которому каждое подвижное звено механизма может рассматриваться как находящееся в равновесии, если ко всем внешним силам, действующим на него, добавить силы инерции. Уравнения равновесия в этом случае, в отличие от уравнений статики, называют уравнениями кинестатики, которые являются одинаковыми по форме, но разными по смыслу.

Из теоретической механики известно, что все силы инерции, действующие на звено механизма, можно свести к одной силе  $\overline{F}_u$ , называемой главным вектором, и к одной паре  $\overline{M}_u$ , называемой главным моментом

$$\overline{F}_u = -m\overline{a}_s, \quad \overline{M}_u = -J_s\overline{\varepsilon} . \quad (8.1)$$

Из этих уравнений следует, что главный вектор  $\overline{F}_u$  приложен к центру масс  $S$  звена и направлен противоположно вектору ускорения центра масс. Главный момент  $\overline{M}_u$  направлен противоположно угловому ускорению звена.

Рассмотрим действие сил в кинематических парах. Из теоретической механики известно, что сила взаимодействия двух соприкасающихся тел при отсутствии трения направлена по общей нормали к их поверхности. В поступательной паре сила (реакция)  $R_{12}$ , приложенная к звену 2 от звена 1, направлена по нормали  $n-n$  к поверхности соприкосновения звеньев (рис. 8.1а). Модуль реакции  $R_{12}$  и расстояние  $b$  — неизвестны

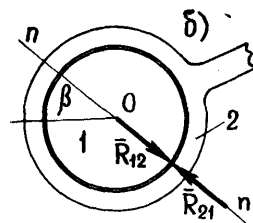


Рис. 8.1. Схемы кинематических пар V-го класса, с приложенными к элементам этих пар, реакциями

и должны быть определены в процессе силового расчета. Во вращательной паре, без учета сил трения, реакция  $R_{12}$  направлена

нормально к цилиндрической поверхности соприкосновения звеньев, т. е. проходит через центр шарнира  $O$  (рис. 8.1 б). Положение центра шарнира всегда известно, но модуль реакции  $R_{12}$  и угол  $\beta$  - неизвестны. Следовательно, от каждой реакции, действующей в любой нижней кинематической паре, в расчетных уравнениях появляются две неизвестные величины.

Определение реакций в многозвенном механизме проводят по структурным группам, начиная с наиболее удаленной, по кинематической цепи, от входного звена. Заканчивают силовой расчет определением реакции входное звено — стойка. Таким образом, силовой расчет проводится в порядке, обратном кинематическому. Заметим, что перед определением реакции входное звено — стойка необходимо вначале определять внешний силовой фактор (уравновешивающую силу или момент), действующий на входное звено.

Если входное звено соединено с источником энергии посредством муфты (рис.8.2а), то внешним силовым фактором является неизвестный уравновешивающий момент  $\overline{M}_y$ . Если же подвод энергии осуществляется через зубчатую передачу (рис. 8.2б), то внешним силовым фактором будет неизвестная по модулю сила.

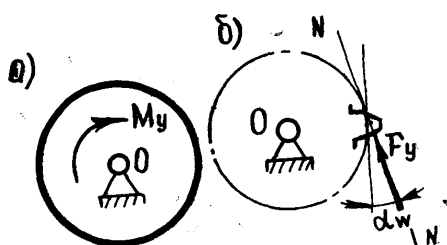


Рис. 8.2. Схемы приложений внешнего силового фактора

Линия действия силы  $\overline{F}_y$  проходит по линии зацепления и определяется углом зацепления  $\alpha_w$ .

## 8.2. Методика определения реакций в кинематических парах группы Ассра II кл. 1-го вида

Рассмотрим данный вопрос на примере механизма солоноабивателя зерноуборочного комбайна.

*Задано:* кинематическая схема механизма (рис. 7.1а); угловая скорость  $\omega_1 = 6$  рад/с; длины звеньев и положения центров масс (см. 7.2.1); массы и моменты инерции звеньев:  $m_1 = 5$  кг,  $m_2 = 35$  кг,  $m_3 = 12$  кг,  $I_{S_1} = 0,03$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_{S_2} = 3,2$  кг·м<sup>2</sup>,  $I_{S_3} = 0,36$  кг·м<sup>2</sup>, сила полезного сопротивления  $\overline{P}_{ис} = 600$  Н. Требуется определить реакции во всех кинематических парах.

Проделив кинематическую часть расчета (см. 7.2.1), определим угловые ускорения звеньев 2 и 3, а также ускорения точек  $S_2$  и  $S_3$  по величине и направлению. Значения главных векторов и главных моментов звеньев 2 и 3 будут равны.

$$\begin{aligned}\overline{F_{u_2}} &= -m_2 \cdot \overline{a_{S_2}} = -35 \cdot 7,6 = -266 \text{ Н} \\ \overline{F_{u_3}} &= -m_3 \cdot \overline{a_{S_3}} = 12 \cdot 3,6 = -43,2 \text{ Н} \\ \overline{M_{u_2}} &= -I_{S_2} \cdot \varepsilon_2 = -3,2 \cdot 7,3 = -23,36 \text{ Н} \cdot \text{м} \\ \overline{M_{u_3}} &= -I_{S_3} \cdot \varepsilon_3 = -0,36 \cdot 10,7 = -3,8 \text{ Н} \cdot \text{м}\end{aligned}$$

Разложим механизм на группы Ассур. Он состоит из одуой группы Ассур II класса 1-го вида (звенья 2, 3) и входного звена 1 со стойкой 4. К звеньям 2, 3 (рис. 8.3а) прикладываем известные внешние силы и моменты  $\overline{P_{nc}}$ ,  $\overline{F_{u_2}}$ ,  $\overline{G_2}$ ,  $\overline{M_{u_2}}$ ,  $\overline{G_3}$ ,  $\overline{F_{u_3}}$ ,  $\overline{M_{u_3}}$ .

Намечаем плечи  $h$  сил относительно точки В. Заменяем отброшенные звенья 1 и 4 реакциями  $\overline{R_{12}}$  и  $\overline{R_{43}}$ , которые раскладываем на составляющие:  $\overline{R_{12}^n}$  — по направлению АВ,  $\overline{R_{12}^r}$  — перпендикулярно направлению АВ;  $\overline{R_{43}^n}$  — по направлению  $O_3B$ ,  $\overline{R_{43}^r}$  — перпендикулярно направлению  $O_3B$ .

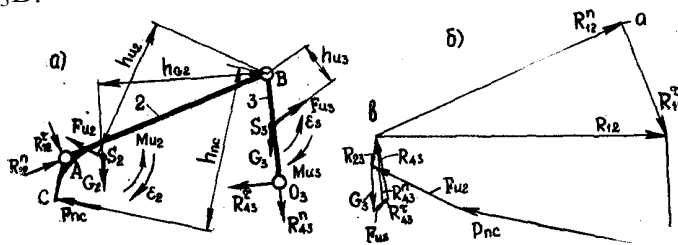


Рис. 8.3. Силовой расчет группы Ассур II-го класса 1-го вида: а) кинематическая схема с приложенными к ней силами и моментами; б) план сил

Возьмем сумму моментов всех сил для звена 2 относительно точки В:

$$\begin{aligned}-P_{nc} \cdot h_{nc} + R_{12}^r \cdot AB - F_{u_2} \cdot h_{u_2} + M_{u_2} / \mu_1 + G_2 \cdot h_{G_2} &= 0 \\ -600 \cdot 45 + R_{12}^r \cdot 60 - 266 \cdot 39 + 23,36 / 0,02 + 343 \cdot 46 &= 0\end{aligned}$$

из этого уравнения определяем  $R_{12}^r = 340 \text{ Н}$ . Теперь составим уравнение моментов всех сил относительно точки В для звена 3:

$$\begin{aligned}-M_{u_3} / \mu_4 R_{43}^r \cdot BO_3 + F_{u_3} \cdot h_{u_3} - G_3 \cdot h_{G_3} &= 0 \\ -R_{43}^r \cdot 30 + 43,2 \cdot 13 - 118 \cdot 1 - 3,8 / 0,02 &= 0\end{aligned}$$

Из последнего уравнения находим  $R_{43}^r = 8,9 \text{ Н}$ .

Для определения реакций  $\overline{R_{12}^n}$  и  $\overline{R_{43}^n}$  выпишем векторное уравнение всех сил, действующих на звенья 2, 3:

$$\overline{R_{12}^n} + \overline{R_{12}^r} + \overline{G_2} + \overline{P_{nc}} + \overline{F_{u_2}} + \overline{G_3} + \overline{F_{u_3}} + \overline{R_{43}^r} + \overline{R_{43}^n} = 0$$

Решение векторного уравнения (8.2) есть план сил (рис. 8.3б), который строим в масштабе  $\mu_F=10$  Н/мм. Для этого из произвольной точки  $a$  откладываем в выбранном масштабе  $\mu_F$  реакцию  $\overline{R_{12}^r}$  и прибавляем к ней силу тяжести  $\overline{G_2}$ . Далее последовательно откладываем силы  $\overline{P_{nc}}$ ,  $\overline{F_{u_2}}$ ,  $\overline{G_2}$ ,  $\overline{F_{u_3}}$ ,  $\overline{R_{43}^r}$ . Реакция  $\overline{R_{43}^r}$  получилась на плане сил весьма малой  $\approx 1,0$  мм. Из конца вектора  $\overline{R_{43}^r}$  проводим линию, параллельную оси звена  $O_3B$ , а из начала вектора  $\overline{R_{12}^r}$ , т. е. из точки  $a$ , проводим прямую, параллельную направлению  $AB$  звена 2. Точка  $b$  пересечения этих прямых определит длины векторов  $\overline{R_{12}^n}$  и  $\overline{R_{43}^n}$ . Полные реакции  $\overline{R_{12}}$  и  $\overline{R_{43}}$  находим как результирующие векторов  $\overline{R_{12}^r}$ ,  $\overline{R_{12}^n}$  и  $\overline{R_{43}^r}$ ,  $\overline{R_{43}^n}$ . Получаем:  $R_{12}=800$  Н,  $R_{43}=175$  Н. Для определения реакции  $R_{23}$  во внутренней паре  $B$  составим уравнение равновесия сил, действующих на звено 3:

$$\overline{G_3} + \overline{F_{u_3}} + \overline{R_{43}} + \overline{R_{23}} = 0 \quad (8.3)$$

Единственной неизвестной по величине и направлению силой в этом уравнении является реакция  $\overline{R_{23}}$ , которая замкнет силовой многоугольник (рис. 8.3б), если последовательно отложим известные силы  $\overline{G_3}$ ,  $\overline{F_{u_3}}$ ,  $\overline{R_{43}}$ . После построения получаем:  $R_{23} = \mu_F \cdot \overline{R_{23}} = 10 \cdot 9 \approx 90$  Н.

## 9. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

В тех случаях, когда движение выходного звена механизма должно изменяться по строго заданному закону и должно быть согласовано с движением других механизмов, наиболее просто вопрос решается применением кулачковых механизмов. Воспроизведение заданного движения выходного звена-толкателя такие механизмы осуществляют теоретически точно. Их входное звено называется кулачком. Закон движения толкателя определяется профилем кулачка и является основной характеристикой кулачкового механизма.

### 9.1. Закон движения толкателя и его выбор

На рис. 9.1 показана диаграмма перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка. На этой диаграмме за 1 цикл (1 оборот кулачка) можно выделить 4 фазы и соответствующие им фазовые углы: угол удаления  $\varphi_u$ , угол дальнего стояния  $\varphi_{дс}$ , угол приближения  $\varphi_p$ , угол ближнего стояния  $\varphi_б$ .

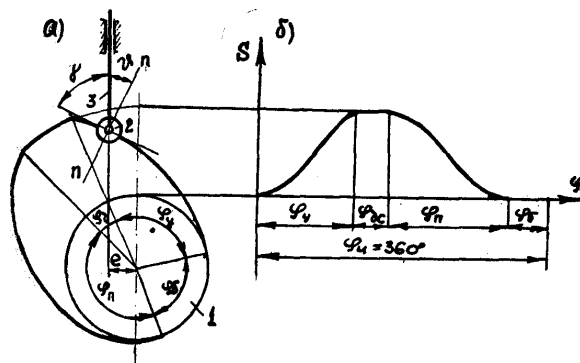


Рис. 9.1. Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем: а) схема механизма; б) диаграмма перемещения толкателя

Угол (рис. 9.1а) между нормалью  $n-n$  и направлением скорости выходного звена называют углом давления  $\varphi$ . Угол  $\gamma$ , дополняющий угол  $\varphi$  до  $90^\circ$ , называют углом передачи движения.

В практике проектирования наибольшее применение получили относительно простые законы движения толкателя, показанные на рис. 9.2: а - параболический, б - косинусоидальный, в - синусоидальный. При выборе закона движения толкателя нужно иметь в виду возможность возникновения жестких и мягких ударов в кулачковом механизме. Жесткие удары возникают при линейном законе движения толкателя, когда ускорение мгновенно возрастает до бесконечно большой величины. Мягкие удары возникают при параболическом и косинусоидальном законах движения толкателя в точках разрыва кривых ускорений. В этих точках ускорения, а следовательно, и силы инерции изменяются мгновенно на конечную величину. При синусоидальном законе движения толкателя удары практически отсутствуют, если погрешности изготовления профиля кулачка достаточно малы, поэтому этот закон используется при проектировании быстроходных кулачковых механизмов.

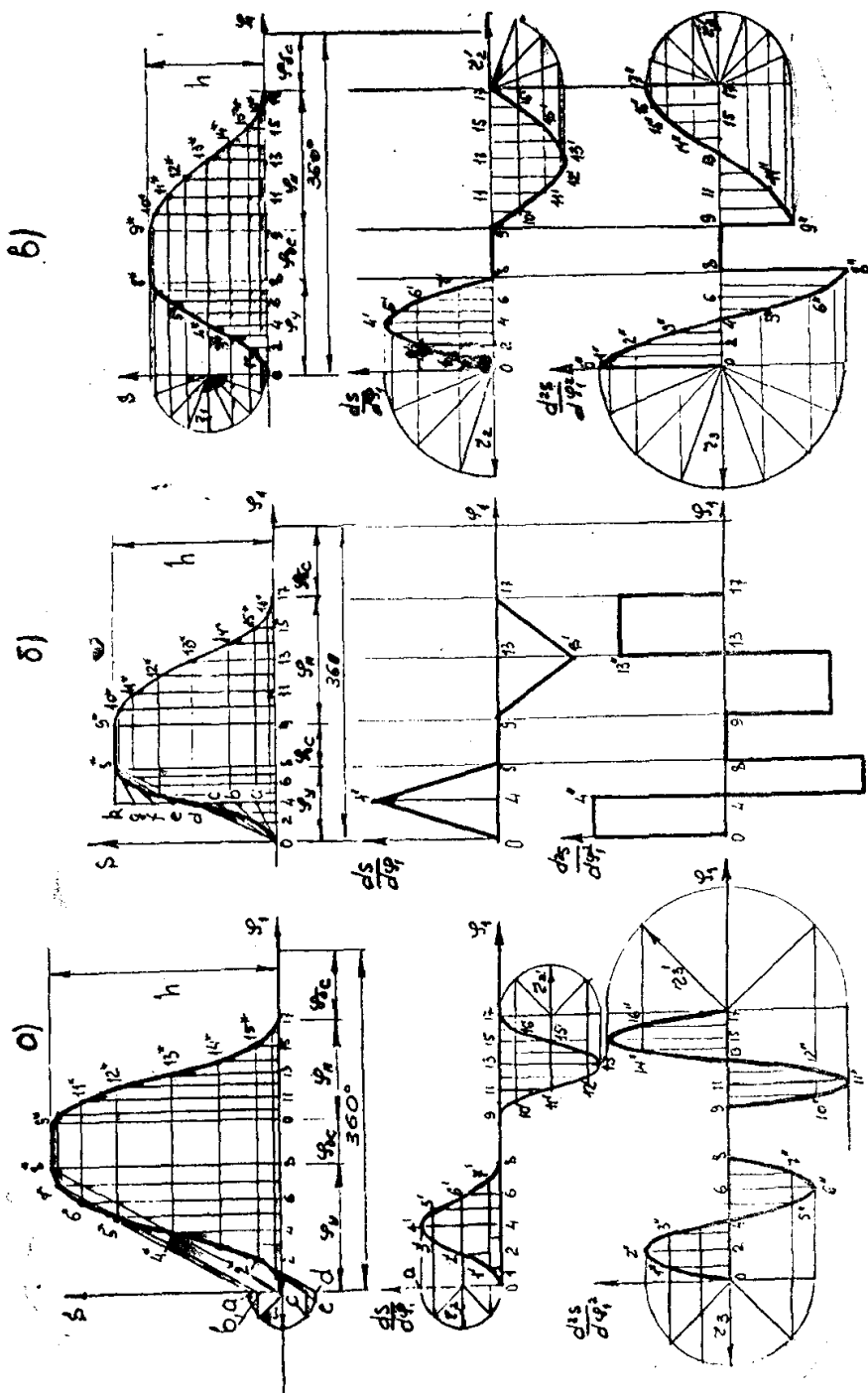


Рис. 9.2. Законы движения толкателя в кулачковых механизмах

## 9.2. Построение диаграмм движения толкателя

### 9.2.1. Синусоидальный закон. Диаграмма перемещения

Строим оси координат  $s=f(\varphi_1)$ , либо  $\beta=f(\varphi_1)$  в зависимости от характера движения толкателя. По оси координат откладываем отрезок

$h=30 \dots 50$  мм, соответствующий максимальному ходу толкателя, тогда масштаб  $\mu_s = S_{max}/h$ , где  $[S_{max}] = \text{м}$ ,  $[h] = \text{мм}$ ,  $[\mu_s] = \text{м/мм}$ .

По оси  $\varphi_1$  откладываем отрезки, пропорциональные фазовым углам  $\varphi_y$ ,  $\varphi_{дс}$ ,  $\varphi_n$ . Делим эти отрезки на равное число частей (в нашем случае на 8). Из точек деления проводим ординаты 1, 2... 8, 9, 10... 16.

Из начала координат проводим полуокружность радиусом  $r_1 = h/2\pi$ . Эту полуокружность делим на 4 равные дуги. Точки деления сносим на ось ординат. Соединяем прямой начало координат с точкой 8\*. Из точек  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , и  $d$  проводим лучи, параллельные отрезку 0-8\*. Пересечение луча  $a$  с ординатой 6 даст точку 6\*, пересечение луча  $b$  с ординатами 5 и 7 даст 5\* и 7\*. Пересечение луча  $c$  с ординатами 1 и 3 - точки 1\* и 3\* и пересечение луча  $d$  с ординатой 2 - точку 2\*. Соединяем точки 1\*, 2\* ... 8\* плавной кривой. Построение кривой на фазе приближения видно из рисунка.

Диаграмма  $\frac{ds}{d\varphi_1} = f(\varphi_1)$ . Строим оси координат. Проводим

полуокружности радиусами  $r_2 = h/\varphi_y$  и  $r_2 = h/\varphi_n$ . В эти формулы величины фазовых углов  $\varphi_y$  и  $\varphi_n$  нужно подставлять в радианах. Делим полуокружности на 4 равные дуги. Через точки деления проводим прямые, параллельные оси  $\varphi_1$  до пересечения с соответствующими ординатами. Соединив точки пересечения плавной кривой, получаем искомую диаграмму.

Диаграмма  $\frac{d^2s}{d\varphi_1^2} = f(\varphi_1)$ . Строим оси координат. Проводим

полуокружности радиусами  $r_3 = 2\pi h/\varphi_y^2$  и  $r_3 = 2\pi h/\varphi_n^2$ . Делим эти полуокружности на 4 равные части. Строим синусоиды, найдя точки пересечения прямых, параллельных оси  $\varphi_1$  с соответствующими ординатами. После таких построений масштаб всех диаграмм будет одинаковым:  $\mu_s = \mu_{\frac{ds}{d\varphi}} = \mu_{\frac{d^2s}{d\varphi^2}} \text{ м/мм}$ .

### 9.2.2. Параболический закон. Диаграмма перемещение.

Строим оси координат  $s=f(\varphi_1)$ , либо  $\beta=f(\varphi_1)$ . По оси ординат откладываем отрезок  $h=30\dots 50$  мм, соответствующий максимальному ходу толкателя, а по оси  $\varphi_1$  - отрезки, пропорциональные фазовым углам  $\varphi_y$ ,  $\varphi_{дс}$ ,  $\varphi_n$ . Делим эти отрезки на равное число частей (в нашем случае на 8). Из середины отрезка  $\varphi_y$  проводим ординату  $(4-r')=h$ , которую делим также на 8 равных частей. Точки деления  $a$ ,  $b$ ,  $c$  соединяем прямыми с началом координат, а точки  $e$ ,  $f$ ,  $g$  с точкой 8\*. Точки пересечения прямых  $a - 0$ ,  $b - 0\dots g - 8^*$  с ординатами 1, 2... 7 являются искомыми точками диаграммы. Аналогично проводим построение для фазы приближения.

Для построения диаграммы  $\frac{ds}{d\varphi_1} = f(\varphi_1)$  нужно вычислить ординаты

(4-4') для фазы удаления и (13-13') для фазы приближения соответственно по формулам:

$$(4-4')=2h/\varphi_y, (13-13')=2h/\varphi_n \quad (9.3)$$

В выражения (9.3) углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_n$  нужно подставлять в радианах. Для построения диаграммы  $\frac{d^2s}{d\varphi_1^2} = f(\varphi_1)$  вычисляем ординаты (4 - 4") и (13 - 13") по формулам:

$$(4 - 4'')=4h/\varphi_y^2, (13 - 13'')=4h/\varphi_n^2.$$

### 9.2.3. Косинусоидальный закон. Диаграмма перемещения.

Строим оси координат  $s=f(\varphi_1)$  или  $\beta=f(\varphi_1)$ . По оси ординат откладываем отрезок  $h=30... 50$  мм, соответствующий максимальному ходу толкателя, а по оси  $\varphi_1$  отрезки, пропорциональные фазовым углам  $\varphi_y$ ,  $\varphi_{дс}$ ,  $\varphi_n$ . Делим эти отрезки на равное число частей (в нашем случае на 8). Проводим полуокружность радиусом  $r_1 = h/2$  и делим ее на 8 равных частей. Из точек деления проводим прямые, параллельные оси  $\varphi_1$  до пересечения их с соответствующими ординатами.

Диаграмма  $\frac{ds}{d\varphi_1} = f(\varphi_1)$  Из начала координат радиусом  $r_2=\pi h/2\varphi_y$

проводим четверть окружности, которую делим на 4 равные части. Из точек деления проводим прямые, параллельные оси  $\varphi_1$ , до пересечения с соответствующими ординатами. Для фазы приближения построения аналогичные, только радиус  $r_2'$  другой,  $r_2'=\pi h/2\varphi_n$ . Углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_n$  в формулы для определения  $r_2$  и  $r_2'$  подставляются в радианах.

Диаграмма  $\frac{d^2s}{d\varphi_1^2} = f(\varphi_1)$ . Из начала координат для фазы удаления и из точки 17 для фазы приближения проводим полуокружности радиусами  $r_3 = \pi^2 h / 2\varphi_y^2$  и  $r_3' = \pi^2 h / 2\varphi_n^2$ . Делим эти полуокружности на 8 равных частей. Точки деления сносим параллельно оси  $\varphi_1$  до пересечения соответствующим ординатами. Масштабы всех диаграмм при таких построениях будут одинаковыми и равными  $\mu_s$ , т. е.  $\mu \frac{ds}{d\varphi_1} = \mu \frac{d^2s}{d\varphi_1^2} = \mu_s$

### 9.3. Определение минимального радиуса кулачка с вращающимся толкателем (коромыслом)

*Известно:* длина коромысла  $l_{O_3A}$ , максимальный угол качания коромысла  $\beta$ , диаграммы перемещения и первой производной от перемещения по углу поворота кулачка, минимальный угол передачи движения  $\gamma_{\min}$ ;  $\gamma_{\min} = 45^\circ$ . Определить минимальный радиус кулачка  $\beta$ .

Из произвольной точки  $O_3$  (рис. 9.3) проводим 2 луча с таким расчетом, чтобы угол между ними был равен  $\beta$ .

Далее из точки  $O_3$  проводим дугу А-В таким радиусом, чтобы эта дуга была бы равна величине  $h$  диаграммы перемещения. На проведенной дуге от точки О откладываем с диаграммы перемещения ординаты 1, 2, ..., 16. Получаем точки 1, 2, 3...16. Через эти точки проводим лучи из центра

$O_3$ , на которых откладываем с диаграммы  $\frac{ds}{d\varphi_1} = f(\varphi_1)$  ординаты (1-1'), (2-1') ... (7-7') для фазы удаления и ординаты (10-10'), (11-11') ... (16-16') для фазы приближения. Если кулачок и коромысло на фазе удаления имеют одинаковое направление вращения, то ординаты с диаграммы  $\frac{ds}{d\varphi_1} = f(\varphi_1)$

нужно откладывать от дуги 0-8 к центру  $O_3$ . Далее через точки 2', 3', 4', 13', 14' проводим прямые 2'-2°, 3'-3°, 4'-40, 13'-13°, 14'-14° под углами  $\nu_{\min}=45^\circ$  к лучам  $O_3=13'$ ,  $O_3=14'$ ,  $O_3=15'$ . Заштрихованная область, ограниченная этими прямыми, является областью возможных центров вращения кулачка.

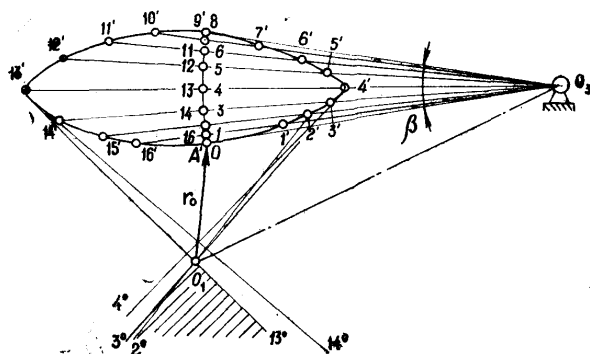


Рис. 9.3. Определение минимального радиуса кулачка с коромыслом

#### 9.4. Построение профиля кулачка с коромыслом

Из произвольной точки  $O_1$  (рис. 9.4) проводим окружность радиусом  $O_1 O_3$ . Намечаем в произвольном месте правой верхней части окружности точку  $(O_3)_0$ . Соединяем ее прямой с точкой  $O_1$ . От этой прямой в сторону, противоположную вращению кулачка, откладываем фазовые углы  $\varphi_y$ ,  $\varphi_{дс}$ ,  $\varphi_{п}$ . Дуги, стягивающие эти углы, делим на то же число частей, на сколько разделены отрезки, соответствующие фазовым углам по оси  $\varphi_1$  диаграммы  $S = f(\varphi_1)$  (в нашем случае на 8). Из точек 1, 2, 3... 17 большой окружности раствором циркуля, равным длине  $O_3 A$  (рис. 9.3), проводим дуги от окружности радиуса  $r_0$ . На этих дугах откладываем ординаты с графика  $S = f(\varphi_1)$ .

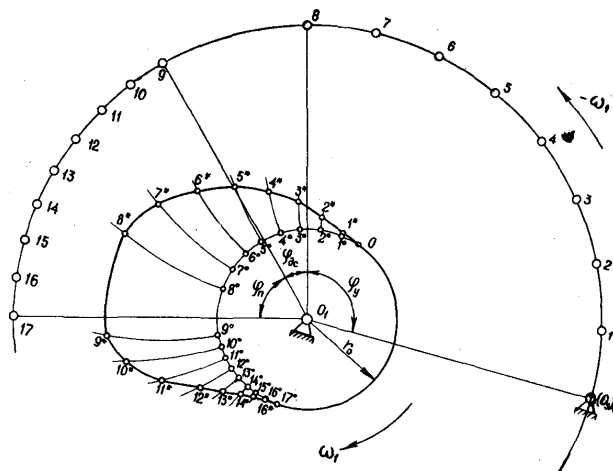


Рис. 9.4. Построение теоретического профиля кулачка с коромыслом

Дуга (1°-1\*), равна ординате (1-1\*), дуга (2°-2\*) равна ординате (2-2\*) и т. д. Соединяем точки 0, 1\*, 2\*... 16\*, 17 плавной кривой, получаем теоретический профиль кулачка.

### 9.5. Определение минимального радиуса кулачка с плоским толкателем

Задано: диаграмма перемещения толкателя  $S = f(\varphi_1)$ , диаграмма второй производной от перемещения толкателя по углу поворота кулачка  $\frac{d^2s}{d\varphi^2} = f(\varphi_1)$ , угол давления  $\Theta = 0$ . Определить минимальный радиус кулачка  $r_0$ . Строим диаграмму перемещения в функции второй производной от перемещения по углу поворота кулачка, т. е.  $S = f\left(\frac{d^2s}{d\varphi_1^2}\right)$ .

Для построения используем, например, диаграммы, показанные на рис. 9.2в. Проводим взаимно перпендикулярные оси (рис. 9.5). Ось ординат обозначим через  $s$ , а ось абсцисс - через  $\frac{d^2s}{d\varphi_1^2}$ .

На оси  $s$  от начала координат откладываем отрезки (0-1), (0-2) ... (0-17), равные ординатам (1-1\*), (2-2\*) ... (16-16\*) диаграммы  $S = f(\varphi_1)$ . Через точки 1, 2, 3 и т. д. проводим перпендикуляры к оси  $s$ . На этих перпендикулярах отложим отрезки (1-1°), (2-2°)...(16-17°), равные ординатам 1-1", 2-2" ... 16-16" диаграммы  $\frac{d^2s}{d\varphi_1^2} = f(\varphi_1)$

Соединяем полученные точки 1°, 2°... 17° плавной кривой. К отрицательной части диаграммы  $S = f\left(\frac{d^2s}{d\varphi_1^2}\right)$  (левый квадрант) проводим касательную под углом 45° до пересечения ее с осью ординат.

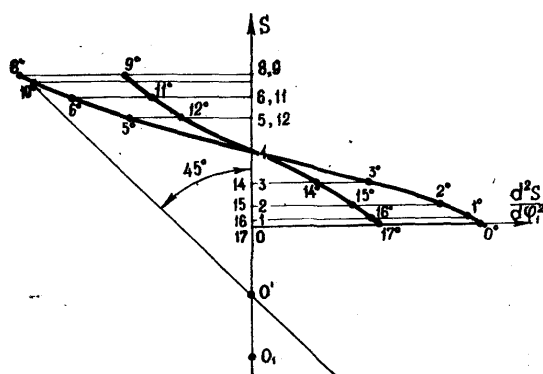


Рис. 9.5. Определение минимального радиуса кулачка с плоским толкателем

Получаем точку  $O'$ . Задаемся минимальным радиусом кривизны кулачка. Пусть  $r_{\min} = 10 \dots 15$  мм. Отложим  $r_{\min}$  в масштабе  $\mu_s$  вниз от точки  $O'$ . Получим точку  $O_1$ . Тогда расстояние  $O_1O$  - есть минимальный радиус кулачка  $r_0$ .

### 9.6. Построение профиля кулачка с плоским толкателем

Из произвольно выбранной точки  $O_1$  (рис. 9.6) проводим окружность радиусом  $r_0$ . От вертикальной прямой  $O_1A$  в сторону, противоположную вращению кулачка, откладываем фазовые углы  $\varphi_y, \varphi_{дс}, \varphi_n$ . Дуги, стягивающие фазовые углы  $\varphi_y, \varphi_n$ , делим на столько же частей, да сколько разделена ось абсцисс диаграммы  $S = f(\varphi_1)$  (в нашем случае на 8).

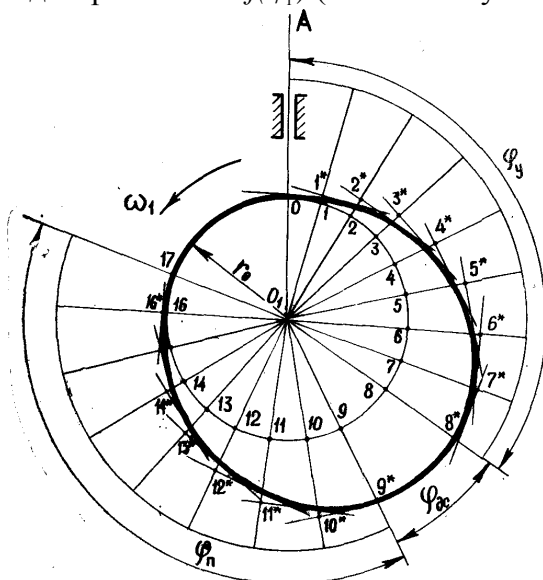


Рис. 9.6. Построение профиля кулачка с плоским толкателем

Соединяем прямыми точки деления 1, 2 ... 16 с центром  $O_I$ . На продолжении этих прямых откладываем отрезки (1-1\*), (2-2\*) ... (16-16\*), равные ординатам диаграммы  $S = f(\varphi_1)$ . Через точки 1\*, 2\* ... 16\* проводим перпендикуляры к прямым  $(O_I-1^*)$ ,  $(O_I-2^*)$ , ...,  $(O_I-16^*)$ , означающим положение плоскости толкателя при движении кулачка относительно него. Проводим огибающую перпендикуляров, которая является профилем кулачка.

## 16. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА

В общем случае при установившемся режиме угловая скорость входного звена  $O_1A$ , хотя и остается в среднем постоянной, но внутри цикла изменяется, проходя через максимальное  $\omega_{\max}$  и минимальное  $\omega_{\min}$  значения. Неравномерность вращения оценивается коэффициентом неравномерности

$$\delta = \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{\omega_{cp}}$$

где  $\omega_{cp}$  - средняя за цикл скорость входного звена.

Чем меньше  $\delta$ , тем равномернее вращается входное звено. Так как  $\delta$  - величина весьма малая, то это позволяет принять  $\omega_{cp}$  равным полусумме максимального и минимального значений

$$\omega_{cp} = \frac{(\omega_{\max} + \omega_{\min})}{2}$$

Для каждого вида машин имеется своя допустимая величина  $\delta$ , выработанная практикой, так для двигателей внутреннего сгорания это 0,0125 ... 0,006, для насосов - 0,2 ... 0,03, сельхозмашин - 0,1 ... 0,02.

Наилучшие условия работы всех машин - абсолютно равномерное вращение их главного вала (входного звена), т. е.  $\delta = 0$ . Колебания скорости нежелательны по многим причинам, поэтому их стремятся сокращать до допустимой величины. Иными словами, допустимую величину коэффициента неравномерности  $\delta$  надо сделать приемлемо малой. Это достигается путем постановки на главном валу машины добавочной массы, называемой маховиком. Необходимый момент инерции маховика, обеспечивающий вращение главного вала машины с заданным коэффициентом неравномерности, можно определить по формуле

$$J_M = \frac{\Delta T_{\max}}{\omega_{cp}^2 \cdot \delta} \quad (10.1)$$

где  $\Delta T_{\max}$  - наибольший перепад кинетической энергии маховика. Так как параметры  $\omega_{cp}$  и  $\delta$  заданы, то задача определения момента инерции маховика сводится к определению величины  $\Delta T_{\max}$ . Это можно сделать различными методами: Мерцалова, Виттенбауэра и др. Мы рассмотрим метод Виттенбауэра (см. пример выполнения проекта). Но для того чтобы

использовать любой из методов, нужно вначале научиться многозвенный механизм машинного агрегата, нагруженный силами и моментами, приложенными к различным его звеньям, заменять динамической моделью - одним звеном, нагруженным либо одной силой, либо одним моментом, имеющим такую массу, которая заменяет массы всех звеньев. Такой процесс носит название приведения сил масс.

### 10.1 Приведение сил

Приведение сил, т. е. замена всех сил и моментов, действующих на звенья механизма, одной силой  $F_{np}$ , или одним моментом  $M_{np}$  основано на условии равенства элементарных работ, или равенства мощностей.

$$M_{np} = \sum_{j=1}^n F_j \frac{V_k}{\omega_1} \cdot \cos \alpha + \sum_{j=1}^n M_j \frac{\omega_j}{\omega_1}$$

Под буквой  $K$  следует понимать любую точку механизма, к которой приложена сила  $F_i$ , известная по величине и направлению;  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{F}_i$  и  $\vec{V}_k$ ;  $M_j$  - известный по величине и направлению момент, приложенный к звену  $j$ ;  $\omega_j$  - угловая скорость звена  $j$ , т. е. звена, к которому приложен момент  $M_j$ ;  $\omega_1$  - известная угловая скорость входного звена.

**Пример 1.** Дан механизм компрессора (рис. 10.1). Известно: угловая скорость кривошипа  $\omega = 50$  рад/с, его длина  $l_{O_1A} = 0,08$  м, сила давления газов на поршень  $P_r = 2000$  Н. Определить приведенный к валу  $O_1$  момент  $M_{np}$  от силы  $P_r$ .

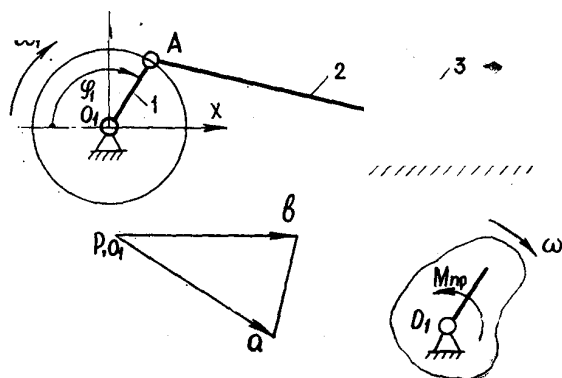


Рис. 10.1 Схема кривошипно-ползунного механизма, его план скоростей и динамическая модель

**Решение.** Записываем формулу (10.2) применительно к примеру

$$M_{np} = P_T \cdot \frac{V_B}{\omega_1} \cdot \cos 180^\circ$$

Для определения скорости  $V_B$  строим план скоростей по уравнению,  $\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}$  в этом уравнении все векторы известны по направлению  $\bar{V}_B \parallel (x-x)$ ,  $\bar{V}_A \perp O_1A$ ,  $\bar{V}_{BA} \perp BA$ . Вектор  $\bar{V}_A$  известен и по величине  $V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 50 \cdot 0,8 = 4 \text{ м/с}$ . Масштаб плана скоростей  $\bar{\mu}_v = \frac{V_A}{pa} = \frac{4}{40} = 0,1 \text{ (м/с)/мм}$ .

Из плана скоростей находим  $V_B = \mu_v \cdot \bar{pb} = 0,1 \cdot 38 = 3,8 \text{ м/с}$ , значит,

$$M_{np} = -2000 \frac{38}{50} = -158 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

**Пример 2.** Дан механизм строгального станка (рис. 7.2а), Известно: угловая скорость кривошипа  $O_1A$   $\omega_1 = 3 \text{ рад/с}$ , его длина  $l_{O_1A} = 0,2 \text{ м}$ , сила резания  $P_{pez} = 1800 \text{ Н}$ .  $P_{pez} = P_{uc}$ . Определить приведенный к валу  $O_1$  момент от этой силы.

**Решение.** Запишем выражение (10.2) применительно к нашему примеру  $M_{np} = P_{uc} \frac{\bar{V}_c}{\omega_1} \cdot \cos 180^\circ$

$\alpha = 180^\circ$ , так как сила резания всегда направлена против движения ползуна 5. Чтобы найти скорость точки С, строим план скоростей. Его построение описано 7.2.1.

$$V_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 3 \cdot 0,2 = 0,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \mu_v = \frac{V_{A_1}}{pa_1} = \frac{0,6}{46} = 0,13 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V_C = \mu_v \cdot \bar{pc} = 0,13 \cdot 57 = 0,74 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$M_{np} = -1800 \frac{0,74}{3} = -420 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

## 10.2. Приведение масс

Этот метод позволяет заменить массы и моменты инерции звеньев механизма моментом инерции одного условного звена динамической модели, который называется приведенным моментом инерции  $I_{II}$ . Величина  $I_{II}$  определяется из условия равенства кинетических энергий модели  $T_M$  и кинетической энергии механизма  $T$ , т. е.  $T_M = T$ .

$$T_M = \frac{I_{II} \omega_1^2}{2}$$

Из этих выражений следует, что

$$I_{II} = \frac{2T}{\omega_1^2} \quad (10.3)$$

Так как угловая скорость  $\omega_1$  входного звена всегда задана, то для определения  $I_{II}$  необходимо сначала найти кинетическую энергию

механизма, которая, как известно, складывается из кинетических энергий всех его подвижных звеньев,  $T = T_1 + T_2 + \dots + T_n$

**Пример.** Дан механизм строгального станка (рис. 7.2а). Известно: угловая скорость кривошипа 1  $\omega_1 = 3 \text{ рад/с}$ ; длины звеньев; массы звеньев  $m_1 = 5 \text{ кг}, m_2 = 0, m_3 = 15 \text{ кг}, m_4 = 3 \text{ кг}, m_5 = 40 \text{ кг}$ ; моменты инерции звеньев  $I_{O_1} = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{S_3} = 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{S_4} = 0,0077 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . Определить приведенный момент инерции  $I_{II}$ .

**Решение.** Строим план скоростей (см. с. 26), из которого определяем значения скоростей  $V_{S_3} = 3,12 \text{ м/с}, V_{S_4} = 7,6 \text{ м/с}, V_C = 7,4 \text{ м/с}, \omega_3 = 8,66 \text{ рад/с}, \omega_4 = 5,4 \text{ рад/с}$ . Определяем кинетическую энергию механизма по формуле  $T = T_1 + T_3 + T_4 + T_5$ . Кривошип 1 имеет только вращательное

движение,  $T_1 = \frac{I_{O_1} \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{0,04 \cdot 3^2}{2} = 0,18 \text{ Дж}$ . Массой звена 2 мы пренебрегли ввиду ее малости, поэтому  $T_2 = 0$ . Кулиса 3 совершает только вращательное движение вокруг точки  $O_3$ , но ее центр масс  $S_3$  не совпадает с осью вращения, значит,  $T_3 = \frac{(m_3 \cdot V_{S_3}^2 + I_{S_3} \cdot \omega_3^2)}{2} = \frac{(15 \cdot 3,12^2 + 1,2 \cdot 8,66^2)}{2} = 118 \text{ Дж}$ .

Шатун 4 участвует в двух движениях: в поступательном и во вращательном. Его кинетическая энергия равна

$T_4 = \frac{(m_4 \cdot V_{S_4}^2 + I_{S_4} \cdot \omega_4^2)}{2} = \frac{(3 \cdot 7,6^2 + 0,0077 \cdot 5,4^2)}{2} = 86,7 \text{ Дж}$ . Ползун 5 движется

поступательно, поэтому  $T_5 = \frac{m_5 \cdot V_C^2}{2} = \frac{40 \cdot 7,4^2}{2} = 1095,2 \text{ Дж}$ . Кинетическая энергия механизма равна  $T = 0,18 + 118 + 86,7 + 1095,2 = 1300,08 \text{ Дж}$ . Подставляем полученное значение кинетической энергий в формулу (10.3)

$$I_{II} = \frac{2 \cdot 1300,08}{3^2} = 288,9 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

### 10.3. Определение основных размеров и массы маховика

Момент инерции маховика является функцией квадрата угловой скорости вала, на котором установлен маховик. Чем выше частота вращения вала, тем меньше размеры и масса маховика. Маховики изготавливают либо в виде обода со спицами (рис 10.2), либо в виде сплошного диска со ступицей для посадки на вал (см. пример выполнения проекта, лист 3). Материалом для изготовления маховиков служат чугун, сталь, алюминиевые сплавы.

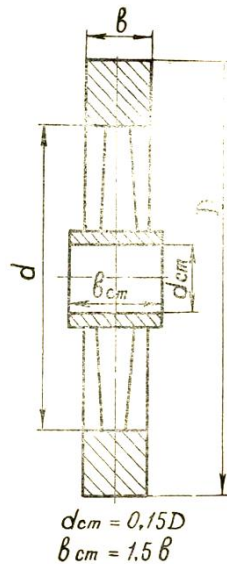


Рис. 10.2. Эскиз маховика со спицами

**Дисковый маховик.** Его момент инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс, вычисляют по формуле:

$$I_M = \frac{mR^2}{2} = \frac{\pi D^4}{32} q\rho = \frac{\pi D^5}{32} q\rho$$

где  $m$  - масса маховика, кг;  $q = \frac{b}{D}$  относительная ширина маховика ( $q = 0,15 \dots 0,2$ );  $\rho$  - плотность материала для стали -  $7800 \text{ кг/м}^3$ , для чугуна -  $7100 \text{ кг/м}^3$

Подставим в выражение 10.4 частные значения  $\rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ,  $q = 0,165$ , тогда формулы для определения наружного диаметра маховика и его массы будут иметь вид:

$$D = 0,38\sqrt[5]{I_M}, m = \frac{8I_M}{D^2} \quad (10.5)$$

**Маховик со спицами.** Момент инерции обода, принимаемого за полный цилиндр, определяется по формуле

$$I_M = \frac{m}{8}(D^2 + d^2) - \frac{\pi b \rho}{32}(D^4 - d^4) \quad (10.6)$$

Из этого выражения можно найти наружный диаметр  $D$  маховика и его массу, задавшись диаметром  $d$ , например  $d = 0,7D$ . Для частных значений  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ ,  $b = 0,15D$  из выражения 10.6 наружный диаметр  $D$  и масса  $m$  будут равны:

$$D = 0,41\sqrt[5]{I_M}, m = 5,37I_M / D^2 \quad (10.7)$$

## 11. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Передачей называется механизм, служащий для передачи или преобразования вращательного движения. Зубчатые Передачи подразделяются на два основных вида: зубчатые механизмы с неподвижными осями всех колес и механизмы, у которых оси некоторых колес перемещаются в пространстве относительно стойки.

### 11.1. Зубчатые передачи с неподвижными осями колес

Передачным отношением зубчатой передачи называется отношение угловой скорости вала, принятого за входной, к угловой скорости вала, принятого за выходной, т. е.

$$u_{1k} = \frac{\omega_1}{\omega_k}, \text{ или } u_{1k} = \frac{n_1}{n_k}, \text{ так как } \omega = \frac{\pi n}{30} \quad (11.1)$$

Зубчатые передачи могут быть одноступенчатыми и многоступенчатыми. Передачное отношение многоступенчатой передачи равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней. Количество ступеней равно числу неподвижных осей минус единица.

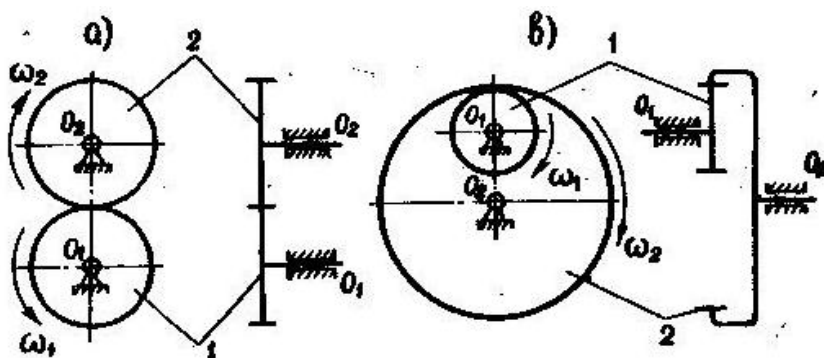


Рис. 11.1. Схемы, зацеплений зубчатых колес:  
а) внешнего; б) внутреннего

$$u_{1k} = u_{12} \cdot u_{23} \cdot \dots \cdot u_{(k-1)k} \quad (11.2)$$

Одноступенчатые передачи делятся на передачи с внешним зацеплением (рис. 11.1а) и с внутренним зацеплением (рис. 11.1б).

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{r_2}{r_1} \text{ — для внешнего зацепления;}$$

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_2}{r_1} \text{ — для внутреннего зацепления.}$$

Имея схему передачи и зная числа зубьев или радиусы начальных окружностей колес, можно всегда определить общее передаточное отношение редуктора.

## 11.2 Проектирование планетарных передач

Такие многозвенные зубчатые механизмы обязательно имеют колеса с подвижными осями (рис. 11.2), которые называют сателлитами. Подвижное звено, в котором закреплена ось сателлита, называется водилом. Колеса, геометрические оси которых неподвижны, называют центральными. Неподвижное центральное колесо называется опорным. Планетарные механизмы, изображенные на рис. 11.2, получили широкое применение в силовых передачах средней и большей мощности при высоком КПД (0,96 ... 0,98). Наличие нескольких сателлитов позволяет значительно снизить габариты, улучшить уравнивание, разгрузить опоры центральных колес и водила, уменьшить массу по сравнению с другими видами передач при тех же передаточных отношениях.

### 11.2.1. Передаточное отношение планетарной передачи

Передаточным отношением планетарной передачи является отношение угловых скоростей на входном и выходном валах, которое обычно выражают через числа зубьев колес. Выпишем формулы без вывода для определения передаточного отношения для обеих схем, представленных на рис. 11.2,

$$u_{1H}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_{1H}} = 1 - U_{13}^H = 1 + \frac{z_2}{z_1} \quad \text{для схемы а; (11.3)}$$

$$u_{1H}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_{1H}} = 1 - u_{13}^H = 1 + \frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2'} \quad \text{для схемы б. (11.4)}$$

Обозначение  $u_{1H}^{(3)}$  соответствует передаточному отношению планетарной передачи от входного колеса 1 к выходному звену (водилу) при неподвижном (опорном) колесе 3. Обозначение  $u_{1H}^{(3)}$  соответствует передаточному отношению зубчатой передачи от входного звена 1 к выходному звену 3 при неподвижном звене  $H$ .

### 11.2.2. Определение числа зубьев планетарной передачи

В исходных данных курсового проекта числа зубьев колес не заданы и их необходимо найти на стадии проектирования кинематической схемы. В формулах 11.3 и 11.4 известной величиной является только передаточное отношение, поэтому нахождение чисел зубьев является задачей «неопределенной, допускающей большое число вариантов. Чтобы решение было однозначным, наложим такие ограничения:

1. Числа зубьев  $z_1, z_2, z_3, \dots$  должны быть целыми числами, а модули всех колес одинаковыми.

2. Все зубчатые колеса должны быть нулевыми (неисправленными). А это значит, что во избежание подреза ножки зуба для колес с внешним

зацеплением  $z_1 \geq z_{\min} = 17$ , для колес с внутренним зацеплением  $z_3 \geq z_{\min} = 85$ , в обоих случаях  $h_a = 1$ ,  $z_2 = z'_2 \geq 20$ .

3. Оси центральных колес и водила должны совпадать между собой, т. е. должно соблюдаться условие соосности, которое выражается так:

$$z_1 + 2z_2 = z_3 \quad - \text{ для схемы а; } \quad (11.5)$$

$$z_1 + z_2 = z_3 - z'_2 \quad - \text{ для схемы б. } \quad (11.6)$$

4. Сателлиты должны быть расположены с таким окружным шагом, чтобы между окружностями вершин соседних сателлитов обеспечивался гарантированный зазор - условие соседства:

$$\sin(180^\circ / k) > (z_1 + 2) / (z_1 + z_2) \quad (11.7)$$

где  $k$  - число сателлитов.

Для схемы б вместо  $z_2$  следует подставлять  $z'_2$ , если  $z'_2 > z_2$ .

5. Сборка сателлитов должна осуществляться без натягов при равных окружных шагах между ними. Это возможно при выполнении следующего условия:

$$(z_1 + z_3) / k = C \quad (11.8)$$

где  $C = 1, 2, \dots$  - целое число.

**Пример.** Подобрать числа зубьев  $z_1, z_2, z_3$  для передачи (рис. 11.2а) с передаточным отношением  $u_{1H} = 5.6$ .

Задаемся числом зубьев  $z_1$ , из ряда  $z_1 = 17, 18, 19, 20$ . Пусть  $z_1 = 18$ . Число зубьев  $z_3$  найдем из выражения (11.3)  $u_{1H}^{(3)} - 1 = \frac{z_3}{z_2}$  откуда  $z_3 = z_1 (u_{1H} - 1) = 18(5.6 - 1) = 82.8$ . Условие  $z_3 > z_{\min} = 85$  не выполняется, поэтому задаемся новым числом зубьев  $z_1$ . Пусть  $z_1 = 19$ , тогда  $z_3 = z_1 (u_{1H} - 1) = 19(5.6 - 1) = 82.2$ . Округляем 82.2 до целого, чтобы  $Z_3$  было бы одинаковой четности с  $z_1$  т. е.  $z_3 = 87$ . Из условия соосности (11.5) найдем  $z_2 = (z_3 - z_1) / 2 = (87 - 19) / 2 = 34$ .

Из условия соседства (11.7) определяем возможное число сателлитов в механизме

$$k \leq \frac{180^\circ}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} \leq \frac{180^\circ}{\arcsin \frac{34 + 2}{19 + 34}} \leq 4.2$$

Значит, для этого механизма число сателлитов может быть взято равное 2, 3 и 4. Принимаем  $k = 4$ . Проверяем условие сборки из выражения (11.8)  $(z_1 + z_3) / k = (19 + 87) / 4 = 26.5$ . Число в ответе получилось не целое, значит, при этих числах зубьев механизм без натягов не соберется. Назначаем новое число зубьев  $z_1$ . Пусть  $z_1 = 20$ ,

$$z_3 = z_1 (u_{1H} - 1) = 20(5.6 - 1) = 92,$$

$$z_2 = (z_3 - z_1) / 2 = (92 - 20) / 2 = 36$$

Находим возможное число сателлитов

$$k \leq \frac{180^\circ}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} \leq \frac{180^\circ}{\arcsin \frac{36 + 2}{20 + 36}} \leq 4,2$$

Принимаем  $k = 4$  и проверяем условие оборки  $(z_1 + z_3)/k = C$ ,  $(20+92)/4=28$ . Все условия выполняются, значит, окончательно принимаем  $z_1 = 20$ ,  $z_2 = 36$ ,  $z_3 = 92$ .

СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Факультет  
механизации с.х.  
Кафедра «МикТ»

**КУРСОВОЙ ПРОЕКТ**  
по дисциплине  
« ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН »

Выполнил:  
студент \_\_ к \_\_ гр \_\_\_\_\_  
« \_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Проверил: \_\_\_\_\_  
« \_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Ставрополь 20\_\_

Пример оформления титульного листа

## ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

**Задание.** Провести проектирование, структурное, кинематическое, силовое и динамическое исследования механизмов двухцилиндрового четырехтактного двигателя (рис. 12.1).

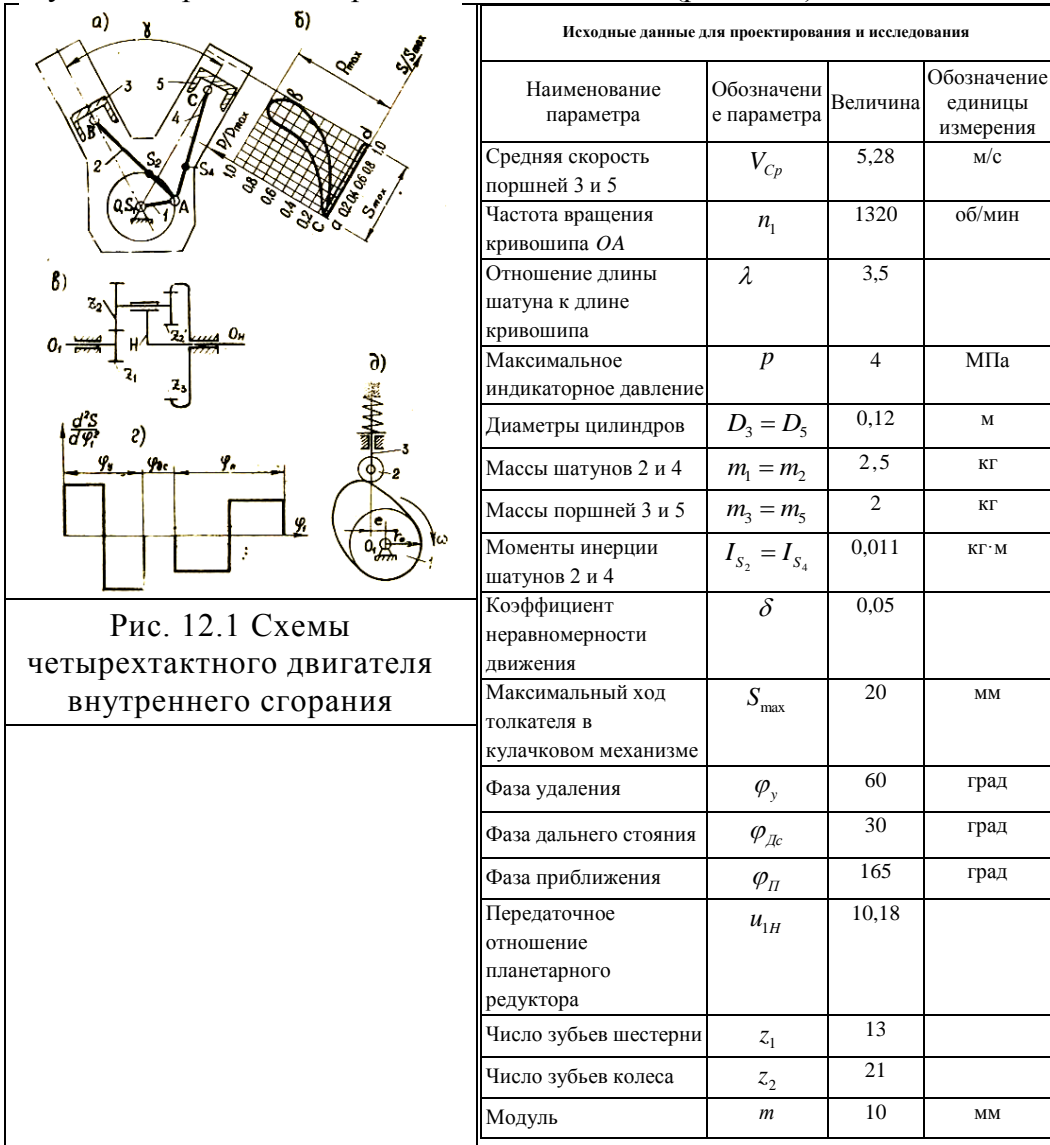


Рис. 12.1 Схемы четырехтактного двигателя внутреннего сгорания

Угол развала осей  $\gamma=90^\circ$ ; центры масс шатунов  $S_2$  и  $S_4$  находятся из условия:  $AS_2 = AS_4 = 0,28l_{AB}$ . На тактах всасывания и выхлопа давление в цилиндрах можно принять равным атмосферному.

## 12. СИНТЕЗ, СТРУКТУРНОЕ И КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА ДВИГАТЕЛЯ

### 12.1. Проектирование кривошипно-ползунного механизма

Используя формулы (6.1) и (6.2) и исходные данные определяем длины кривошипа  $OA$ , шатуна  $AB$

$$l_{OA} = \frac{30V_{cp}}{2n_1} = \frac{30 \cdot 5,28}{2 \cdot 1320} = 0,06 \text{ м}$$

$$l_{AB} = l_{AC} = 0,06 \cdot 3,5 = 0,21 \text{ м}$$

### 12.2. Структурное исследование рычажного механизма

Определяем степень подвижности механизма по формуле П.Л. Чебышева.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где  $n=5$  - число подвижных звеньев;

$p_5=7$  - число кинематических пар пятого класса;  $p_4=0$  - число кинематических пар четвертого класса.

Подставим эти данные в формулу Чебышева и находим:

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$$

Определяем класс и порядок механизма. Для этого расчленим механизм на группы Ассура. Он состоит из двух групп Ассура II класса, 2-го вида, 2-го порядка (рис. 12.2) и механизма

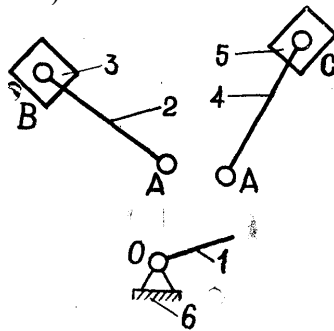


Рис. 12.2

I класса, состоящего из входного звена 1 и стойки 6. В целом рассматриваемый механизм II класса.

### 12.3. Построение схемы механизма

Масштаб схемы. Приняв на чертеже (см. лист 1 приложения) отрезок

$OA = 30 \text{ мм}$ , находим

$$\mu_1 = \frac{l_{OA}}{OA} = \frac{0,06}{30} = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$$

В принятом масштабе вычерчиваем схему механизма. Для построения 12 'положений звеньев механизма разделим траекторию, описываемую точкой  $A$  кривошипа  $OA$ , на 12 равных частей. За нулевое принимаем то положение кривошипа  $OA$ , при котором точка  $B$  левого поршня занимает крайнее нижнее положение. Из отмеченных на окружности точек  $A_0, A_1, \dots, A_{11}$

$$\text{раствором циркуля, равным } ADB = AC = \frac{l_{AB}}{\mu_l} = \frac{0,21}{0,002} = 105 \text{ мм}$$

намечаем на линии движения ползуна 3 точки  $B_0, B_1, \dots, B_{11}$  намечаем а на линии движения ползуна 5 точки  $C_0, C_1, \dots, C_{11}$ . Соединяем прямыми точки  $A_0, B_0, C_0, A_1, B_1, C_1$  и т. д., получаем 12 положений звеньев механизма.

#### 12.4. Построение планов скоростей механизма

Построение начинаем от входного звена, т. е. кривошипа  $OA$ . Из точки  $p$ , принятой за полюс плана скоростей (лист 1 приложения), откладываем в направлении вращения кривошипа  $OA$  вектор скорости точки  $A$ :  $pa = 40$  мм.

Построение плана скоростей группы Ассур II класса 2-го вида (звенья 2 и 3) производим по уравнению:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}$$

где  $\bar{V}_A$  - скорость точки  $A$  кривошипа  $OA$ . Ее величина равна  $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = 138 \cdot 0,06 = 8,28$  м/с;

$\bar{V}_{BA}$  - скорость точки  $B$  звена 2 во вращательном движении относительно точки  $A$  направлена перпендикулярно оси звена  $AB$ ;

$\bar{V}_B$  - скорость точки  $B$  ползуна 3, направлена вдоль оси  $OB$ .

Из точки  $a$  проводим линию, перпендикулярную оси звена  $AB$ , а из полюса  $p$  плана скоростей - линию, параллельную оси  $OB$ . Точка  $b$  пересечения этих линий дает конец вектора искомой скорости  $V_B$

Построение планов скоростей для другой группы Ассур II класса 2-го вида (звенья 4 и 5) производится согласно уравнению

$$\bar{V}_C = \bar{V}_A + \bar{V}_{CA}$$

где  $\bar{V}_{CA}$  - скорость точки  $C$  звена 4 во вращательном движении относительно точки  $A$ , направлена перпендикулярно оси звена  $AC$ ;  $\bar{V}_C$  - скорость точки  $C$  ползуна 5 направлена вдоль оси  $OC$ .

Масштаб планов скоростей вычисляем по формуле

$$\mu_v = \frac{V_A}{pa} = \frac{8,28}{41,4} = 0,2 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$$

Скорости точек  $S_2$  и  $S_4$  определяем по правилу подобия. Так как  $l_{AS_2} = 0,28l_{AB}$  и  $l_{AS_4} = 0,28l_{AC}$ , то и отрезки  $as_2$  и  $as_4$  на плане скоростей будут

равны:  $as_2 = 0,28ab$  и  $as_4 = 0,28ac$ . Найденные точки  $S_2$  и  $S_4$  соединяем с полюсом  $p$ . Истинное значение скорости каждой точки находим по формулам:

$$V_B = \mu_V \cdot \overline{pb}, \quad V_{BA} = \mu_V \cdot \overline{ba}, \quad V_{S_2} = \mu_V \cdot \overline{ps_2}, \\ V_C = \mu_V \cdot \overline{pc}, \quad V_{CA} = \mu_V \cdot \overline{ca}, \quad V_{S_4} = \mu_V \cdot \overline{ps_4}$$

Полученные значения сводим в табл. 1.

Таблица 1 - Значения скоростей точек кривошипно-ползунного механизма в м/с Номера положений механизма

Параметр	Номера положений механизма											
	0 (12)	1 (13)	2 (П)	3 (15)	4 (16)	5 (17)	6 (18)	7 (19)	8 (20)	9 (21)	10 (22)	11 (23)
$V_B$	0	2,8	5,4	8,28	7,8	4,9	0	4,9	7,9	8,28	6,0	3,6
$V_{BA}$	8,28	7,0	4,4	0	4,4	7,0	8,28	7,0	4,4	0	4,4	7,0
$V_{S_2}$	5,80	6,0	7,2	8,28	7,6	6,8	5,80	6,4	7,6	8,28	7,2	6,4
$V_C$	8,28	6,0	3,6	0	3,2	6,0	8,28	8,0	5,2	0	5,2	8,0
$V_{CA}$	0	4,4	7,0	8,28	7,0	7,4	0	4,4	7,0	8,28	7,0	4,4
$V_{S_4}$	8,28	7,2	6,0	5,8	6,0	7,2	8,28	7,8	6,4	5,8	6,0	8,0

Определяем угловые скорости шатунов **AB** и **AC** для 12 положений и сводим полученные значения в табл. 2.

$$\omega_{BA} = \frac{V_{BA}}{l_{BA}}, \quad \omega_{CA} = \frac{V_{CA}}{l_{CA}}$$

Таблица 2 Значение угловых скоростей шатунов **AB** и **AC** в рад/с

Параметр	Номера положений механизма											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\omega_{BA}$	39,4	33,3	20,9	0	20,9	30,3	39,4	30,3	20,9	0	20,9	30,3
$\omega_{CA}$	0	20,9	30,3	39,4	30,3	20,9	0	20,9	30,3	38,4	30,3	20,9

Направление угловой скорости звена **AB** определяем следующим образом. Переносим (мысленно) вектор  $\overline{ba}$  с плана скоростей в точку  $B$  шатуна **BA** кривошипно-ползунного механизма и наблюдаем направление поворота звена **AB** вокруг точки  $A$ . Аналогично определяется угловая скорость и другого шатуна. Так, например, в 10-м положении звено **AB** вращается по часовой стрелке, а звено **AC** - против.

## 12.5. Построение планов ускорений механизма

Построение плана ускорений рассмотрим для 10-го положения механизма (лист 1, вкладка 1). Так как кривошип  $OA$  вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1 = 138$  рад/с, то точка  $A$  звена  $OA$  будет иметь только нормальное ускорение, величина которого равна

$$a_n = a_{AO}^n \cdot \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 138^2 \cdot 0,06 = 1142,64 \frac{M}{c^2}$$

Определяем масштаб плана ускорений.

$$\mu_A = \frac{a_A}{\pi a} \frac{1142,64}{38,1} = 30 \frac{M}{c^2}$$

где  $\pi a = 38,1$  мм - длина отрезка, изображающего на плане ускорений вектор нормального ускорения точки  $A$  кривошипа  $OA$ .

Из произвольной точки  $\pi$  - полюса плана ускорений проводим вектор  $\overline{\pi a}$  параллельно звену  $OA$  от точки  $A$  к точке  $O$ . Построение плана ускорений группы Ассура II класса 2-го вида (звенья 2, 3) проводим согласно уравнению

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^t}$$

где  $\overline{a_B}$  - ускорение ползуна 3, направлено вдоль оси  $OB$ ;

$\overline{a_{BA}^n}$  - нормальное ускорение точки  $B$  шатуна  $AB$  при вращении его вокруг точки  $A$ , направлено вдоль оси звена  $AB$  от точки  $B_{10}$  к точке  $A_{10}$ .

$$a_{BA}^n = \omega_{BA}^2 \cdot l_{BA} = 20,9^2 \cdot 0,21 = 91,73 \frac{M}{c^2}$$

Его масштабная величина, обозначим ее через  $n_{BA}$ , равна

$$n_{BA} = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} = \frac{91,73}{30} = 30,58 \text{ мм}$$

$a_{BA}^t$  - касательное ускорение точки  $B$  шатуна  $AB$  при вращении его вокруг точки  $A$  (величина неизвестна) направлено перпендикулярно к оси звена  $AB$ .

Из точки  $a$  вектора  $\overline{\pi a}$  плана ускорений проводим прямую, параллельную оси звена  $BA$ , и откладываем на ней в направлении от точки  $B_{10}$  к точке  $A_{10}$  отрезок  $n_{BA} = 3$  мм. Через конец вектора  $n_{BA}$  проводим прямую, перпендикулярную к оси звена  $BA$  произвольной длины. Из полюса  $\pi$  проводим прямую, параллельную оси  $OB$ . Точка  $b$  пересечения этих прямых определит концы векторов  $\overline{\pi b}$  и  $\overline{\tau_{BA}}$ . Складывая векторы  $\overline{n_{BA}}$  и  $\overline{\tau_{BA}}$ , получаем полное ускорение звена  $AB$ , для этого соединяем точки  $a$  и  $b$  прямой. Точку  $S_2$  на плане ускорений находим по правилу подобия, пользуясь соотношением отрезков. Так как  $AS_2 = 0,28AB$ , то и  $as_2 = 0,28ab = 0,28 \cdot 33 = 9,24$  мм. Соединяем точку  $S_2$  с полюсом  $\pi$ .

Аналогично проводим построение для шатуна  $AC$  и ползуна 5, пользуясь следующим векторным уравнением:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^\tau$$

где  $\bar{a}_C$  - ускорение ползуна 5, направлено вдоль оси  $OC$ ;

$\bar{a}_{CA}^n$  - нормальное ускорение точки  $C$  шатуна  $AC$  при вращении его вокруг точки  $A$ , направлено вдоль оси звена  $AC$  от точки  $C_{10}$  к точке  $A_{10}$ .

$$a_{CA}^n = \omega_{CA}^2 \cdot l_{CA} = 30,3^2 \cdot 0,21 = 192,8 \frac{M}{c^2}$$

Его масштабная величина  $n_{CA}$  равна

$$n_{CA} = a_{CA}^n \cdot \mu_a = \frac{192,8}{30} = 6,43 \text{ мм.}$$

$a_{CA}^\tau$  - касательное ускорение точки  $C$  шатуна  $CA$  при вращении его вокруг точки  $A$  (величина его неизвестна) направлено перпендикулярно к оси звена  $AC$ .

Из точки  $a$  вектора  $\bar{\pi a}$  плана ускорений проводим прямую, параллельную оси звена  $CA$ , и откладываем на ней в направлении от точки  $C_{10}$  к точке  $A_{10}$  отрезок 6,5 мм. Через конец вектора  $n_{CA}$  проводим прямую, перпендикулярную к оси звена  $AC$ , произвольной длины. Из полюса  $\pi$  проводим прямую, параллельную оси  $OC$ . Точка  $c$  пересечения этих прямых определит концы векторов  $\bar{\pi c}$  и  $\bar{\tau}_{CA}$ . Вектор  $\bar{\pi S}_4$  ускорения точки  $S_4$  шатуна  $AC$  определяем аналогично вектору  $\bar{\pi S}_2$ . Численные значения ускорений точек  $B, C, S_4, S_2$  а также касательные ускорения  $a_{BA}^\tau$  и  $a^\tau$  найдем по формулам:

$$a_B = \pi b \cdot \mu_a = 25 \cdot 30 = 750 \frac{M}{c^2}$$

$$a_C = \pi c \cdot \mu_a = 37 \cdot 30 = 1110 \frac{M}{c^2}$$

$$a_{S_2} = \pi_{S_2} \cdot \mu_a = 31 \cdot 30 = 930 \frac{M}{c^2}$$

$$a_{S_4} = \pi_{S_4} \cdot \mu_a = 36 \cdot 30 = 1080 \frac{M}{c^2}$$

$$a_{BA}^\tau = \tau_{BA} \cdot \mu_a = 33 \cdot 30 = 990 \frac{M}{c^2}$$

$$a_{CA}^\tau = \tau_{CA} \cdot \mu_a = 18 \cdot 30 = 540 \frac{M}{c^2}$$

Определяем величины угловых ускорений звеньев  $AB$  и  $AC$ :

$$\varepsilon_{BA} = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{BA}} = \frac{990}{0,21} = 4714,3 \frac{rad}{c^2}$$

$$\varepsilon_{CA} = \frac{a_{CA}^\tau}{l_{CA}} = \frac{540}{0,21} = 2571,4 \frac{rad}{c^2}$$

Определяем направление углового ускорения звена  $AB$ . Для этого мысленно переносим вектор  $\bar{\tau}_{BA}$  в точку  $B_{10}$ . Считая точку  $A_{10}$  неподвижной, замечаем, что поворот звена  $AB$  будет по часовой стрелке. Для звена  $AC$

переносим вектор  $\tau_{CA}$  в точку  $C_{10}$ . Видим, что угловое ускорение  $\varepsilon_{CA}$  направлено также по часовой стрелке. Два других плана ускорений строятся аналогично.

### 12.6. Годограф скорости центра масс S звена 2

Для построения годографа скорости переносим векторы  $ps_2$  параллельно самим себе своими началами в одну точку  $p$ , называемую полюсом. Соединяем концы векторов плавной кривой.

### 12.7. Кинематические диаграммы точки В ползуна 3

**Диаграмма перемещения.** Для построения диаграммы перемещения точки  $B$  ползуна 3 откладываем по оси абсцисс отрезок  $b = 60$  мм, изображающий период  $T$  одного оборота кривошипа, и делим его на 12 равных частей. От точек 1, 2...11 диаграммы  $s(t)$  откладываем ординаты 1-1, 2-2..., 11-11, соответственно равные расстояниям  $B_0 - B_1, B_0 - B_2 \dots B_0 - B_{11}$  проходимые точкой  $B$  от начала отсчета.

#### Вычисление масштабов диаграммы перемещения.

$$\mu_s = \mu_l = 0,002 \frac{м}{мм}$$

$$\mu_t = \frac{2\pi}{\omega_1 \cdot b} = \frac{2 \cdot 3,14}{138 \cdot 60} = 0,00076 \frac{с}{мм}$$

$$\mu_\varphi = \frac{2\pi}{b} = \frac{2 \cdot 3,14}{60} = 0,105 \frac{1}{мм}$$

**Диаграмма скорости.** Строится графическим дифференцированием графика перемещения по методу хорд. Он заключается в следующем. Криволинейные участки графика  $s(t)$  заменяем прямыми 0-1\*, 1\*-2\*... 11\*—12\*. Под графиком перемещения проводим прямоугольные оси  $v$  и  $t$ . На оси  $t$  выбираем полюсное расстояние  $K_1 = 10$  мм (может быть любой длины). Из полюса  $p$  проводим -наклонные прямые  $p-1', p-2' \dots p-11'$ , параллельные хордам 0—1\*, 1\*—2\* ... 11\* - 0. Из середины интервалов 0-1, 1-2 ... 11 - 0 диаграммы  $v(t)$  проводим перпендикуляры к оси  $t$  (штриховые линии). Из точек  $1', 2' \dots 11'$  проводим прямые, параллельные оси  $t$ . Точки пересечения соединяем плавной кривой. Масштаб диаграммы скорости вычисляем по формуле

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t \cdot K_1} = \frac{0,002}{0,00076 \cdot 10} = 0,26 \frac{м/с}{мм}$$

**Диаграмма ускорения.** Строится графическим дифференцированием диаграммы скоростей. Все построения аналогичны ранее описанным при графическом дифференцировании диаграммы перемещения. Масштаб

диаграммы ускорения равен  $\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t \cdot K_2} = \frac{0,26}{0,00076 \cdot 10} = 34,2 \frac{м/с^2}{мм}$

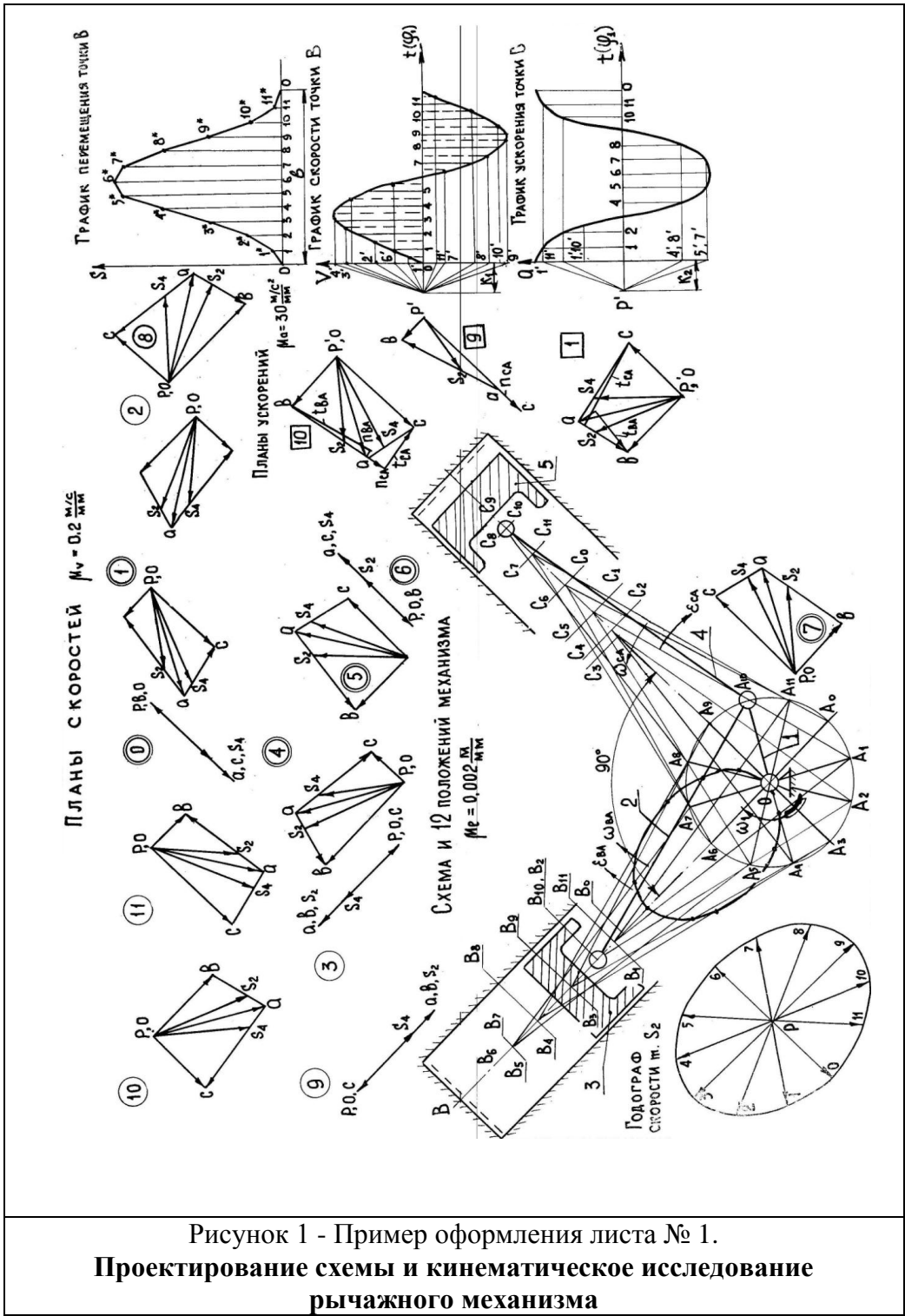


Рисунок 1 - Пример оформления листа № 1.  
 Проектирование схемы и кинематическое исследование  
 рычажного механизма

## 13. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

### 13.1. Определение сил давления газов на поршень

На листе 2 (см. приложение) построен план механизма для 10-го положения в масштабе  $\mu_l = 0,04$  м/мм. На перемещениях поршней 3 и 5 построены индикаторные диаграммы давлений газов на поршни для левого и правого цилиндров. Так как двигатель 4-тактный, то динамический цикл у него совершается за 2 оборота кривошипа  $OA$ , а поскольку  $V$ -образный, то цикл в правом цилиндре сдвинут по отношению к правому на  $270^\circ$ . В нашем примере для 10-го положения в левом цилиндре идет процесс всасывания, в правом - расширения. По условиям задания при выхлопе всасывании давления в цилиндре можно принять равным атмосферному, т. е.  $p_3 = 98066,5$  Па. В правом цилиндре оно равно  $p_5 = 0,95 p_{\max} = 0,95 \cdot 4 = 3,8$  МПа. Тогда силы давления газов на поршень будут равны:

$$\text{в левом цилиндре } P_3 = p_3 \pi R^2 = 98066,5 \cdot 3,14 \cdot 0,06^2 = 1108 \text{ Н};$$

$$\text{в правом цилиндре } P_5 = p_5 \pi R^2 = 3,8 \cdot 10^6 \cdot 3,14 \cdot 0,06^2 = 42500 \text{ Н}.$$

### 13.2. Определение сил тяжести звеньев

$$G_2 = G_4 = m_2 g = 2,5 \cdot 9,81 = 24,525 \text{ Н} \approx 25 \text{ Н},$$

$$G_3 = G_5 = m_3 g = 2 \cdot 9,81 = 19,62 \text{ Н} \approx 20 \text{ Н}$$

### 13.3. Определение сил инерции звеньев

$$\bar{F}_{u_2} = -m_2 \bar{a}_{S_2} = -2,5 \cdot 930 = -2325 \text{ Н}$$

$$\bar{M}_{u_2} = -I_{S_2} \bar{\varepsilon}_2 = -0,011 \cdot 4714,3 = -51,97 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\bar{F}_{u_3} = -m_3 \bar{a}_B = -2 \cdot 750 = -1500 \text{ Н}$$

$$\bar{F}_{u_4} = -m_4 \bar{a}_{S_4} = -2,5 \cdot 1080 = -2700 \text{ Н}$$

$$\bar{M}_{u_4} = -I_{S_4} \bar{\varepsilon}_4 = -0,011 \cdot 2571,4 = -28,28 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\bar{F}_{u_5} = -m_5 \bar{a}_C = -2 \cdot 1110 = -2220 \text{ Н}$$

Прикладываем силы инерции и моменты к звеньям механизма. Силу  $\bar{F}_{u_2}$  прикладываем в точку  $S_2$ , силу  $\bar{F}_{u_3}$  - в точку  $B$ , силу  $\bar{F}_{u_4}$  - в точку  $S_4$  и  $\bar{F}_{u_5}$  - в точку  $C$ . Направляем их параллельно и противоположно своим ускорениям. Моменты  $\bar{M}_{u_2}$  и  $\bar{M}_{u_4}$  от пар сил инерции направляем противоположно угловым ускорениям  $\bar{\varepsilon}_2$  и  $\bar{\varepsilon}_4$ .

Производим замену силы инерции  $\bar{F}_{u_2}$  момента от пары сил инерции  $\bar{M}_{u_2}$  шатуна  $AB$  одной результирующей силой  $\bar{F}_{u_2}$ , равной  $\bar{F}_{u_2}$ , по величине и направлению, но приложенной в точке  $T_2$  звена  $AB$  или на его продолжении. Для этого вычисляем плечо  $H_{u_2}$ .

$$H_{u_2} = \frac{M_{u_2}}{F_{u_2} \cdot \mu_f} = \frac{51,97}{2325 \cdot 0,004} = 5,6 \text{ мм.}$$

Сносим силу  $F_{u_2}$  параллельно самой себе на 5,6 мм. Аналогичную замену проводим для шатуна  $AC$

$$H_{u_4} = \frac{M_{u_4}}{F_{u_4} \cdot \mu_f} = \frac{28,28}{2700 \cdot 0,004} = 2,6 \text{ мм}$$

#### 13.4. Определение реакции в кинематических парах групп Ассура II класса 2-го вида

Как было указано выше, определение реакций в многозвенном механизме нужно начинать с группы Ассура, наиболее удаленной по кинематической цепи от входного звена. Но в нашем примере силовой анализ можно начать с любой группы Ассура, так как они соединены не последовательно, а параллельно. Начнем определение реакций в звеньях 2, 3. Приложим к этим звеньям все известные силы:  $\bar{G}_2, \bar{F}_{u_2}, \bar{G}_3, \bar{F}_{u_3}, \bar{P}_3$ . Действие звена 1 и стойки 6 заменяем неизвестными реакциями  $\bar{R}_{12}$  и  $\bar{R}_{63}$ . Реакцию  $\bar{R}_{12}$  для удобства вычислений раскладываем на 2 составляющие:  $\bar{R}_{12}^n$  - по оси звена 2 и  $\bar{R}_{12}^r$  - перпендикулярно оси звена.  $\bar{R}_{63}$  - реакция со стороны стенки цилиндра на поршень 3, направлена она перпендикулярно оси цилиндра. Вначале определяем величину реакции  $\bar{R}_{12}^r$  из суммы моментов всех сил, действующих на звено 2,  $\sum M_B(\bar{F}_1) = 0$ :

$$-R_{12}^r \cdot AB + F_{u_2} \cdot h_{u_2} - G_2 \cdot h_{G_2} = 0, \text{ откуда}$$

$$R_{12}^r = \frac{F_{u_2} \cdot h_{u_2} - G_2 \cdot h_{G_2}}{AB} = \frac{2325 \cdot 22,5 - 24,5 \cdot 31}{52,5} = 982 \text{ Н}$$

Реакции  $\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{63}$  определим построением силового многоугольника, решая векторное уравнение равновесия звеньев 2, 3:

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^r + \bar{F}_{u_2} + \bar{F}_{u_3} + \bar{G}_2 + \bar{G}_3 + \bar{P}_3 + \bar{R}_{63} = 0$$

Построение плана сил. Из произвольной точки  $a$  в масштабе  $\mu_F = 50$  Н/мм откладываем последовательно все известные силы  $\bar{R}_{12}^r, \bar{F}_{u_2}, \bar{F}_{u_3}, \bar{G}_2, \bar{P}_3, \bar{R}_{63}$  перенося их параллельно самим себе в план сил. Далее через конец вектора  $\bar{P}_3$  проводим линию, перпендикулярную оси цилиндра  $OB$  до пересечения с прямой, проведенной из точки  $a$  параллельно оси звена  $AB$ . Точка пересечения этих прямых определит модули реакций  $\bar{R}_{12}^n$  и  $\bar{R}_{63}$ . Так как силы тяжести  $\bar{G}_2, \bar{G}_3$ , в масштабе  $\mu_F = 50$  Н/мм получаются меньше 1мм, мы их не откладываем. Итак,

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n \cdot \mu_F = 52 \cdot 50 = 2600 \text{ Н}, R_{63} \approx 0$$

Определяем реакцию R32 во внутренней паре со стороны ползуна 3 на шатун 2, рассматривая равновесие звена 2. Запишем уравнение равновесия:

$$\bar{R}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u_2} + \bar{R}_{32} = 0$$

В этом уравнении силы  $\bar{R}_{12}, \bar{G}_2, \bar{F}_{u_2}$  известны по величине и направлению. Откладываем их последовательно в масштабе  $\mu_F = 50H / мм$ . Реакция  $\bar{R}_{32}$  замкнет этот многоугольник. Модуль ее равен:

$$R_{32} = \bar{R}_{32} \cdot \mu_F = 10 \cdot 50 = 500H$$

Аналогично определяем реакции и в другой группе Ассура, состоящей из звеньев 4, 5. Прикладываем к звеньям 4, 5 все известные силы  $\bar{G}_4, \bar{F}_{u_4}, \bar{G}_5, \bar{F}_{u_5}, P_5$  отбрасывая связи, заменяем их реакциями  $\bar{R}_{14}$  и  $\bar{R}_{65}$ . Намечаем плечи  $h_{u_4}$  и  $h_{G_4}$ . Из суммы моментов всех сил относительно точки C определяем реакцию  $R_{14}^r$ .

$$-R_{14}^r \cdot CA + F_{u_4}' h_{u_4} + G_4 h_{G_4} = 0,$$

$$R_{14}^r = \frac{F_{u_4}' h_{u_4} + G_4 h_{G_4}}{CA} = \frac{2700 \cdot 20 + 25 \cdot 22}{52,5} = 1039H$$

Для определения модулей реакций  $\bar{R}_{14}^n$  и  $\bar{R}_{65}$  строим план сил по уравнению

$$\bar{R}_{14}^n + \bar{R}_{14}^r + F_{u_4} + F_{u_5} + G_4 + \bar{G}_5 + \bar{P}_5 + \bar{P}_{65} = 0$$

В этом уравнении неизвестны по модулю реакции -  $\bar{R}_{14}^n$  и  $\bar{R}_{65}$ . Направления их известны:  $\bar{R}_{14}^n$  направлена по оси звена AC, а  $\bar{R}_{65} \perp$  оси OC. Остальные силы известны по величине и направлению. Откладываем их последовательно друг за другом, начиная с  $\bar{R}_{14}^r$  в масштабе  $\mu_F = 500H/мм$ .  $\bar{R}_{14}^n$  и  $\bar{R}_{65}$  найдутся в пересечении.

$$\bar{R}_{14} = \bar{R}_{14}^r + \bar{R}_{14}^n, R_{14} = \bar{R}_{14} \cdot \mu_F = 74 \cdot 500 = 37 kH$$

$$R_{65} = \bar{R}_{65} \cdot \mu_F = 12 \cdot 500 = 6 kH$$

Из векторного уравнения равновесия звена 5 определяем реакцию  $\bar{R}_{45}$  со стороны шатуна 4 на ползун 5.

$$\bar{G}_5 + \bar{F}_{u_5} + \bar{P}_5 + \bar{R}_{45} + \bar{R}_{65} = 0.$$

в этом уравнении все силы известны, кроме  $\bar{R}_{45}$ , которая и замкнет векторный многоугольник.

$$R_{45} = \bar{R}_{45} \cdot \mu_F = 62 \cdot 660 = 40960 H \text{ Н.}$$

### 13.5. Силовой расчет входного звена

Прикладываем к звену 1 в точке А силы  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ ,  $\bar{R}_{41} = -\bar{R}_{14}$ , а также пока еще не известную уравновешивающую силу  $\bar{F}_y$ , направив ее предварительно в произвольную сторону перпендикулярно кривошипу OA. Так как центр масс  $S_1$  совпадает с точкой O, то  $\bar{F}_{u_1} = 0$ , а  $\omega_1 = const$ , то я

$\bar{M}_{u_1} = 0$ . Силой тяжести  $G_1$  можно пренебречь, так как она в 1000 раз меньше силы  $\bar{R}_{41}$ . Вначале из уравнения моментов всех сил относительно точки  $O$  определяем  $\bar{F}_y$ .

$$-F_y \cdot OA - R_{41} \cdot h_{41} - R_{21} \cdot h_{21} = 0, \text{ откуда}$$

$$F_y = -\frac{R_{41} \cdot h_{41} + R_{21} \cdot h_{21}}{OA} = \frac{-37000 \cdot 10 + 2600 \cdot 6}{15} = -25700 \text{ Н}$$

В шарнире  $O$  со стороны стойки 6 на звено 1 действует реакция  $\bar{R}_{61}$  которую определяем построением многоугольника сил согласно векторному уравнению  $\bar{R}_{41} + \bar{F}_y + \bar{R}_{21} + \bar{R}_{61} = 0$ . Откладываем последовательно 3 известные силы  $\bar{R}_{41}, \bar{F}_y, \bar{R}_{21}$ , в масштабе  $\mu_F = 1000 \text{ Н/мм}$ . Соединив начало  $\bar{R}_{41}$  с концом  $\bar{R}_{21}$ , получим реакцию  $\bar{R}_{61}$ .

$$R_{61} = \bar{R}_{61} \cdot \mu_F = 23 \cdot 1000 = 23000 \text{ Н.}$$

### 13.6. Определение уравновешивающей силы по методу Н.Е. Жуковского

Строим для положения 10 в произвольном масштабе повернутый на  $90^\circ$  план скоростей. В одноименные точки плана переносим все внешние силы (без масштаба), действующие на звенья механизма, в том числе и силу  $\bar{F}_y$ . Составляем уравнение моментов всех сил относительно полюса  $p$  плана скоростей, беря плечи сил по чертежу в мм

$$(P_5 - F_{u_5}) \cdot pc + G_5 \cdot h_{G_5} - F_{u_4} \cdot h_{u_4} + G_4 \cdot h_{G_4} + F_{u_2} \cdot h_{u_2} +$$

$$+ G_2 \cdot h_{G_2} + G_3 \cdot h_{G_3} + (F_{u_3} - P_3) \cdot pb - F_y \cdot pa = 0$$

$$F_y = \frac{(P_5 - F_{u_5}) \cdot pc + G_5 \cdot h_{G_5} - F_{u_4} \cdot h_{u_4} + G_4 \cdot h_{G_4} + F_{u_2} \cdot h_{u_2} +$$

$$+ G_2 \cdot h_{G_2} + G_3 \cdot h_{G_3} + (F_{u_3} - P_3) \cdot pb}{pa} = 25676 \text{ Н}$$

Расхождение результатов определения уравновешивающей силой методом Жуковского и методом планов сил равно:

$$|\Delta| = \frac{(25700 - 25676)}{25676} = 0,09\%$$

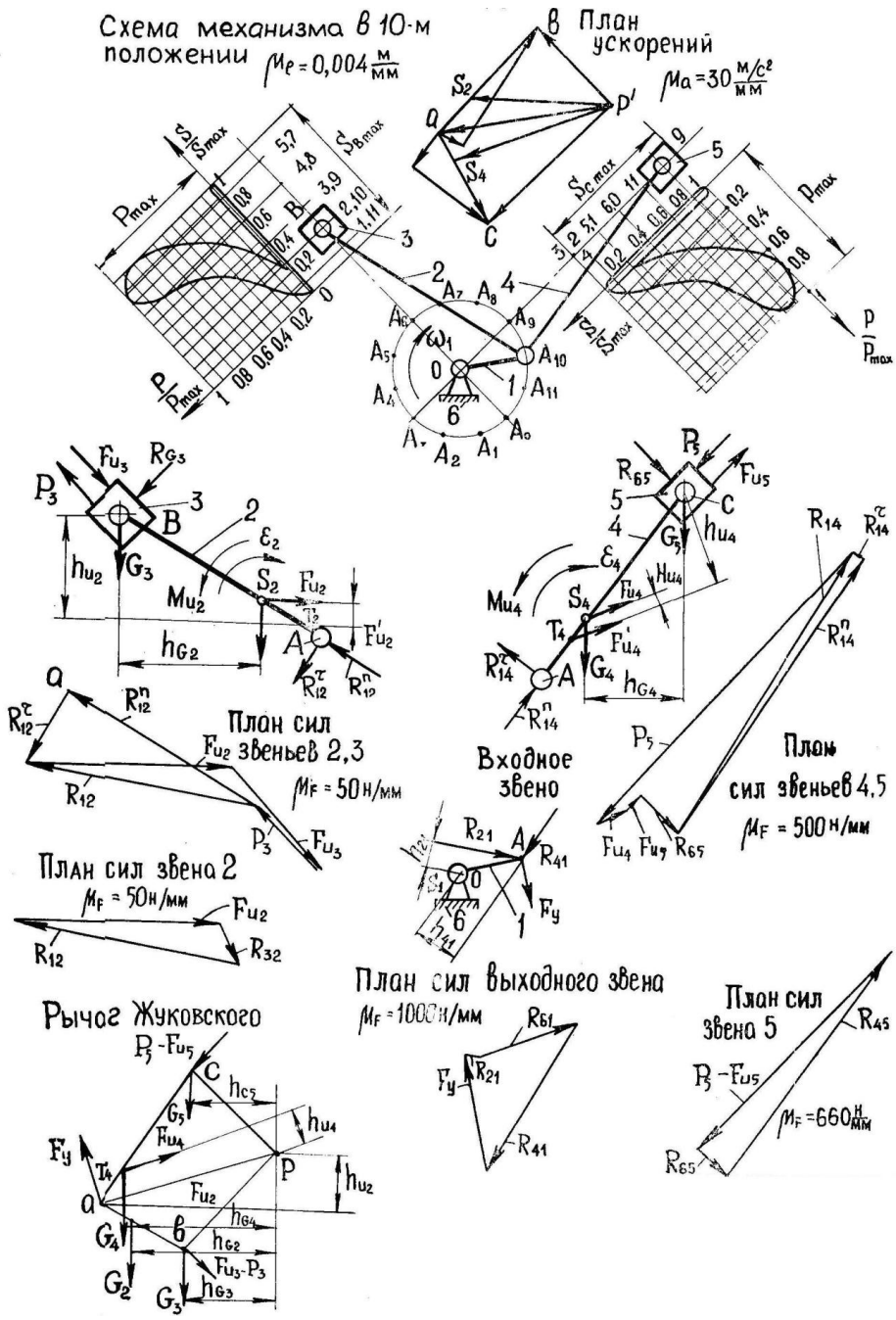


Рисунок 2 - Пример оформления листа № 2.  
Силовой расчет механизма

## **14. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА С ПОСТУПАТЕЛЬНО ДВИЖУЩИМСЯ ТОЛКАТЕЛЕМ**

### **14.1. Определение минимального радиуса кулачка**

Строим прямоугольные оси координат  $s = f(\varphi_1)$ . По оси  $\varphi_1$  откладываем отрезки, пропорциональные фазовым углам. От начала координат откладываем отрезок (0-8), равный 20мм, что соответствует углу  $\varphi_y = 60^\circ = 1,047$  рад. Тогда масштабы  $\mu_\varphi$  и  $\mu'_\varphi$  будут равны:

$$\mu_\varphi = \frac{1,047}{20} = 0,0524 \text{ рад/мм}, \quad \mu'_\varphi = \frac{60^\circ}{20} = 3 \text{ град/мм.}$$

В этом масштабе откладываем отрезки (8-9) и (9-17), пропорциональные углам  $\varphi_{дс}$  и  $\varphi_{п}$ . (8-9) = 30/3=10 мм и (9-17) = 165/3=55 мм. Далее методом, рассмотренным в 9.2.2, строим диаграммы  $s = f(\varphi_1)$ ,  $\frac{ds}{d\varphi_1} = f(\varphi_1)$  и  $\frac{d^2s}{d\varphi_1^2} = f(\varphi_1)$ .

. Строим диаграмму  $\left(\frac{ds}{d\varphi_1}\right) f = s$ . Для этого проводим прямоугольные оси координат. Ось  $\frac{ds}{d\varphi_1}$  является продолжением оси  $\varphi_1$  диаграммы  $s = f(\varphi_1)$ .

На оси  $s$  диаграммы  $\left(\frac{ds}{d\varphi_1}\right) f = s$  откладываем отрезки 0-1, 0-2, 0-3,...0-8...0-16, равные отрезкам 0-1\*, 0-2\*, 0-3\*...0-8\*.....0-16\* диаграммы  $s = f(\varphi_1)$ . Через точки 1, 2, 3...8...16 проводим прямые параллельные оси абсцисс. На этих прямых откладываем 1-1', 2-2', 3-3'...16-16' отрезки с диаграммы  $\frac{ds}{d\varphi_1} = f(\varphi_1)$ . Точки 1', 2' ... 16' соединяем плавной кривой.

Проводим касательные к полученной кривой под углом  $\gamma_{\min} = 60^\circ$ , которые после пересечения ограничивают область (она на чертеже заштрихована), любая точка которой может быть выбрана за центр вращения кулачка. Выбираем за центр вращения кулачка точку  $O_1$ .

Соединяем точку  $O_1$  с началом координат  $O$  совмещенного графика. Отрезок  $O_1O$  изображает минимальный радиус кулачка  $r_0$  в масштабе  $\mu_s$ . Расстояние от точки  $O_1$  до оси  $s$  называется эксцентриситетом  $e$ , или смещением. Итак,  $r_0 = 60$  мм.

### **14.2. Построение профиля кулачка**

Из произвольной точки  $O_1$  проводим окружность радиусом  $e$ . К полученной окружности проводим вертикальную касательную, которая

будет осью толкателя. Затем проводим окружность радиусом  $r_0$ , точку пересечения этой окружности с вертикальной касательной обозначим через  $O$ . От точки  $O$  вверх откладываем перемещения толкателя, взятые с диаграммы  $s = f(\varphi)$ . Получим точки 1, 2, 3 ... 15, 16. Наиболее удаленную точку 8 соединяем прямой с точкой  $O_1$  и этим радиусом проводим окружность. От прямой  $O_1-8$  откладываем фазовые углы  $\varphi_y = 60^\circ$ ,  $\varphi_{дс} = 30^\circ$  и  $\varphi_{п} = 165^\circ$ . Углы нужно откладывать против вращения кулачка. Дуги окружности, соответствующие фазовым углам  $\varphi_y$  и  $\varphi_{п}$ , делим на 8 равных частей, получаем соответственно точки  $1^*$ ,  $2^*$  ...  $8^*$ ,  $9^*$ ,  $10^*$  ...  $17^*$ . Через эти точки проводим касательные к окружности радиуса  $e$ . Затем из точки  $O_1$  (центра вращения кулачка) проводим дуги радиусами  $O_11$ ,  $O_12$ ,  $O_13$  и т. д. до пересечения с соответствующими касательными. Получим точки  $1_0, 2_0, 3_0 \dots 17_0$ . Соединив эти точки плавной кривой, получим теоретический профиль кулачка. Определяем радиус ролика. Из условия конструктивности  $r_p \leq 0,4r_0 \leq 0,4 \cdot 60 \leq 40$  мм. Из условия заострения профиля кулачка  $r_p \leq 0,7\rho_{\min} \leq 0,7 \cdot 16 \leq 11$  мм. Принимаем радиус ролика  $r_p = 11$  мм. Проводим практический профиль кулачка, как эквидистанту к теоретическому.

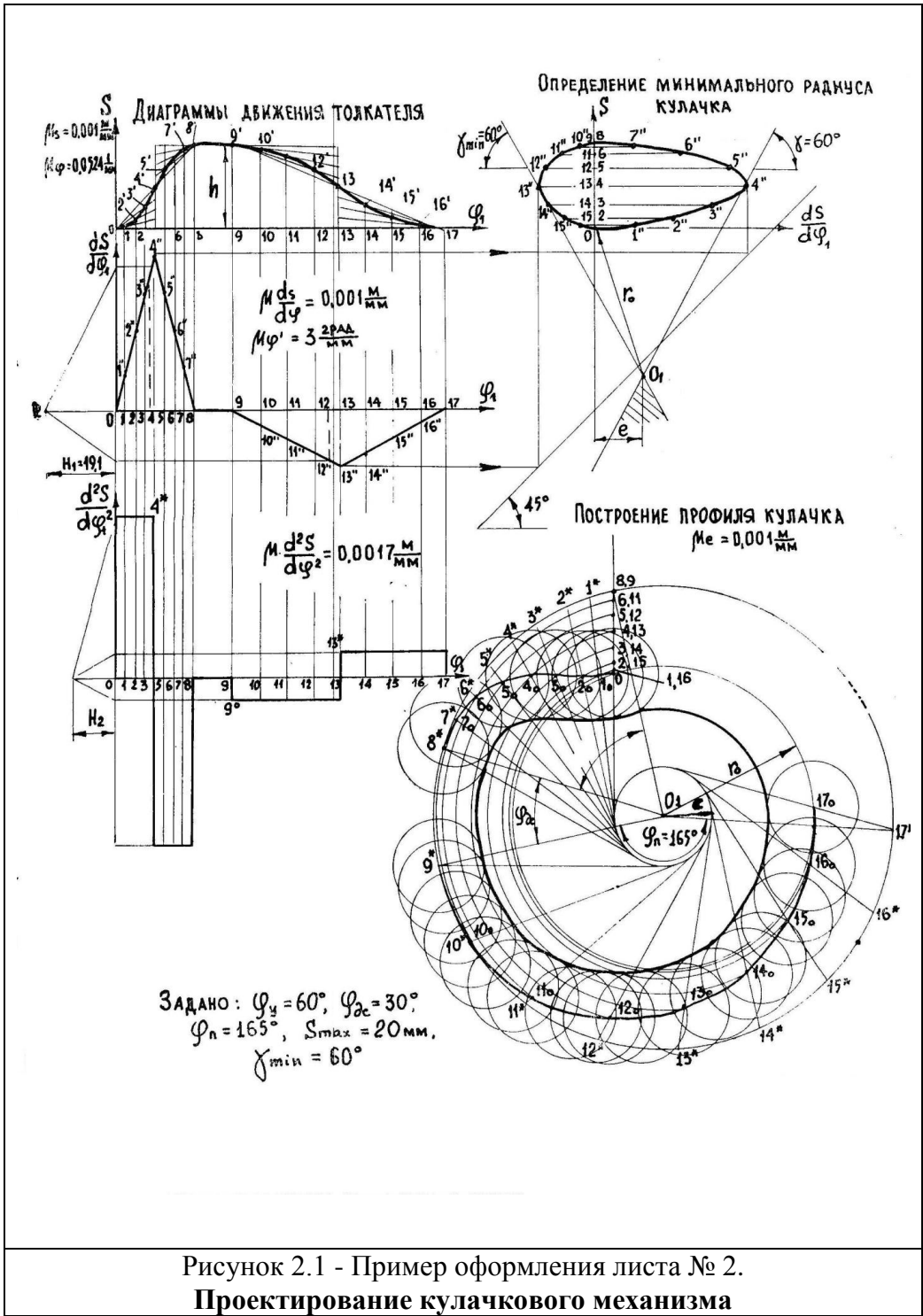


Рисунок 2.1 - Пример оформления листа № 2.  
 Проектирование кулачкового механизма

## 15. РАСЧЕТ МАХОВИКА

### **15.1. Построение диаграмм приведенных моментов сил движущих и сил полезного сопротивления, работ сил движущих и сил полезного сопротивления, приращения кинетической энергии машины**

Используя формулу 10.2, определим приведенный момент сил, давление газов (движущих) для 24 положений (см. табл. 3).

$$M_{д}^{пр} = \frac{P_3 \cdot V_B}{\omega_1} \cos \alpha + \frac{P_5 \cdot V_C}{\omega_1} \cos \beta, \quad (15.1)$$

где  $P_3$  и  $P_5$  - силы давления газов на поршни 3 и 5 определяются таким же способом, как при силовом расчете;  $V_B$  - скорость точки приложения силы  $P_3$ ;  $V_C$  - скорость точки приложения силы  $P_5$ ;  $\omega_1 = 138$  рад/с - угловая скорость входного звена;  $\alpha$  - угол между векторами  $P_3$  и  $V_B$ ,  $\beta$  - угол между векторами  $P_5$  и  $V_C$ . Углы  $\alpha$  и  $\beta$  на тактах выхлопа, всасывания и сжатия равны  $180^\circ$ , а на рабочем ходу равны  $0^\circ$ . Покажем расчет по формуле (15.1), например, для положения 10.

$$M_{д}^{пр} = \frac{1130 \cdot 6,2}{138} \cos 180^\circ + \frac{42980 \cdot 5,2}{138} \cos 0^\circ = 1569 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

По вычисленным значениям строим диаграмму  $M_{д}^{пр} = f(\varphi_1)$  масштабе  $\mu_M = 30 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{мм}}$ . Методом графического интегрирования строим диаграмму работ сил движущих. Для этого выбираем полюсное расстояние  $H = 24$  мм (обычно берут в пределах 10 ... 40 мм). Через середины интервалов 0-1, 1-2 ... 23-24 проводим перпендикуляры к оси абсцисс (штриховые линии). Точки пересечения этих перпендикуляров с диаграммой  $M_{д}^{пр} = f(\varphi_1)$  проецируем на ось ординат и соединяем найденные точки  $1', 2', 3', 4', 5' \dots 8'$  и т. д. с полюсом  $p$  (точки  $1', 2', 3', 4', 5'$  слились в одну). Из начала координат диаграммы  $A = f(\varphi_1)$  проводим прямую, параллельную лучу  $p - 1'$ , получаем точку  $1''$ . Из точки  $1''$  проводим прямую  $1'' - 2''$ , параллельную лучу  $p - 2' \dots (8'' - 9'')$  ( $p - 9'$ ) и т. д. Масштаб диаграммы работ определяем по формуле

$$\mu_A = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot H = 30 \cdot 0,1047 \cdot 24 = 75,38 \text{ Дж/мм}$$

$$\mu_\varphi = 2\pi \cdot 2/x = 4 \cdot 3,14/120 = 0,1047 \text{ рад/мм}$$

Так как  $M_{д}^{пр} = \text{const}$ , то диаграмма работ  $A_{лс} = f(\varphi_1)$  есть прямая линия. Кроме того, при установившемся движении за цикл работа движущих сил равна работе всех сопротивлений. На основании вышеизложенного соединяем начало координат  $O$  диаграммы  $A = f(\varphi_1)$  с точкой  $24''$  прямой линией, которая и является диаграммой  $A_{лс} = f(\varphi_1)$

Если практически продифференцировать эту диаграмму, то получим прямую, параллельную оси абсцисс. Эта прямая является диаграммой приведенных моментов сил полезного сопротивления  $M_{д}^{ип}(\varphi_1)$

Для построения диаграммы приращения кинетической энергии машины  $\Delta T = f(\varphi_1)$  следует вычесть алгебраически из ординат диаграммы  $A_{д} f(\varphi_1)$  ординаты диаграммы  $A_{лс}(\phi)$  т. е. ординаты 1-1\*, 2-2\*, ..., 10-10\* ... 12-12\*, 13-13\* и т. д. диаграммы  $\Delta T f(\varphi_1)$  равны соответственно ординатам 1"-1°, 2"-2° .. 10"-10° .. 12"-12°, 13"-13°, диаграммы  $A = f(\varphi_1)$ .

### **15.2. Построение диаграмм кинетической энергии, приведенного момента инерции звеньев механизма и энергомасс. Определение момента инерции маховика**

Кинетическая энергия механизма равна сумме кинетических энергий его звеньев, т. е.

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 \quad (15.2)$$

где  $T_1 = \frac{I_{o_1} \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{0,0115 \cdot 138^2}{2} = 110$  Дж - величина постоянная во всех положениях механизма;

$T_2 = I_{s_2} \cdot \omega_2^2 / 2 + m_2 V_{s_2}^2 / 2$  - кинетическая энергия шатуна AB;

$T_3 = m_3 \cdot V_B^2 / 2$  - кинетическая энергия поршня 3;

$T_4 = I_{s_4} \cdot \omega_4^2 / 2 + m_4 V_{s_4}^2 / 2$  - энергия шатуна CA;

$T_5 = m_5 \cdot V_C^2 / 2$  - кинетическая энергия поршня 5.

Приведенный момент инерции  $I_{п}$  звеньев механизма вычисляем по формуле  $I_{п} = 2T / \omega_1^2$  и сводим результаты в табл. 4. Так, для положения 1 он равен  $I_{п} = 2 \cdot 269,9 / 138^2 = 0,0283$  кг·м<sup>2</sup>. Строим диаграмму кинетической энергии механизма в масштабе  $\mu_T = 5$  Дж/мм, которая одновременно является и диаграммой приведенного момента инерции  $I_{п} = f(\varphi_1)$ , построенной в масштабе  $\mu_I = 0,0005$  кг·м<sup>2</sup> / мм.

Таблица 3- Расчетная таблица определения приведенного момента сил, давления газов (движущих)

№ Приложения	Давление в левом цилиндре $P_3$ , МПа	$P_3$ , кН	$V_B$ , м/с	Давление в правом цилиндре $P_5$ , МПа	$P_5$ , кН	$V_C$ , м/с	$M_{Д}^{пр}$ , Н·м
0	0,1	1,13	0	0,1	1,13	8,28	-38,5
1	0,1	1,13	2,8	0,1	1,13	6,0	-72,1
2	0,1	1,13	5,4	0,1	1,13	3,6	-73,7
3	0,1	1,13	8,28	0,1	1,13	0	-67,8
4	0,1	1,13	7,9	0,1	1,13	3,2	-91,7
5	0,1	1,13	4,0	0,15	1,69	6,0	-113,6
6	0,1	1,13	0	0,4	4,52	8,28	-271,2
7	0,1	1,13	4,9	1,0	11,3	8,0	-694,5
8	0,1	1,13	7,9	1,9	21,49	5,2	-881,6
9	0,1	1,13	8,28	3,2	36,19	0	-67,8
10	0,1	1,13	6,2	3,8	42,98	5,2	1569,0
11	0,1	1,13	3,6	3,2	36,19	8,0	2067
12	0,1	1,13	0	1,4	15,83	8,28	949,4
13	0,1	1,13	2,8	0,9	10,18	60	429
14	0,15	1,69	5,4	0,6	6,79	3,6	110,6
15	0,4	4,52	8,28	0,1	1,13	0	-273,3
16	1,0	11,3	7,9	0,1	1,13	3,2	-917,3
17	1,9	21,49	4,9	0,1	1,13	6,0	-835,4
18	3,2	36,19	0	0,1	1,13	8,28	-67,8
19	3,8	42,98	4,9	0,1	1,13	80	1475
20	3,2	36,19	7,9	0,1	1,13	5,2	2001
21	1,4	15,83	8,28	0,1	1,13	0	949
22	0,9	10,18	6,2	0,1	1,13	5,2	400
23	0,6	6,79	3,6	0,1	1,13	8	114,4

Строим диаграмму энергомасс, исключая параметр  $\varphi_1$  из диаграмм  $\Delta T(\varphi_1)$  и  $I_{II}(\varphi_1)$ . Для этого строим прямоугольную систему координат  $\Delta T = f(I_{II})$ . Из начала координат проводим прямую под углом  $45^\circ$  к оси  $I_{II}$ . Точки 1', 2', 3'... 23' диаграммы  $I_{II}(\varphi_1)$  проецируем на эту прямую и далее до пересечения с прямыми, проведенными из точек 1\*, 2\*, 3\* ... 23\* диаграммы  $\Delta T(\varphi_1)$ . Соединяем точки пересечения 0, 1, 2 ... 23 плавной кривой. По заданному коэффициенту неравномерности движения  $\delta$  и средней угловой скорости  $\omega_{cp} = \omega_1$  определяем углы  $\psi_{max}$  и  $\psi_{min}$  по формулам:

$$\psi_{max} = \arctg \left[ \frac{\mu_I}{2\mu_{\Delta T}} (1 + \delta) \omega_{cp}^z \right] = \left[ \frac{0,0005}{2 \cdot 75,2} (1 + 0,05) 138^2 \right] = 3,95^0$$

$$\psi_{min} = \arctg \left[ \frac{\mu_I}{2\mu_{\Delta T}} (1 - \delta) \omega_{cp}^z \right] = \left[ \frac{0,0005}{2 \cdot 75,2} (1 - 0,05) 138^2 \right] = 3,58^0$$

Таблица 4 - Значения кинетической энергии и приведенного момента инерции звеньев механизма

Положения	$T_2$ , Дж	$T_3$ Дж	$T_2 + T_3$ , Дж	$T_4$ Дж	$T_5$ , Дж	$T_4 + T_5$ Дж	$T$ , Дж	$I_n$ , кг·м
0	50,6	0	50,6	85,7	68,6	154,36	314,9	0,03307
1	50,1	9,0	60,0	64,8	36	140,8	269,9	0,02834
2	67,2	36,0	103,2	55,6	11,6	71,1	278,8	0,02928
3	85,7	68,6	154,3	50,6	0	50,6	314,9	0,03307
4	74,6	64	138,6	60,1	9,0	59,1	307,7	0,03231
5	62,8	25	87,8	67,2	36	103,2	301	0,03161
6	50,6	0	50,6	85,7	68,6	154,3	314,9	0,03307
7	62,8	25	87,8	74,6	64	138,6	336,4	0,03533
8	74,6	64	138,6	62,8	25	87,8	336,4	0,03533
9	85,7	68,6	154,3	50,6	0	50,6	314,9	0,03307
10	67,2	36	93,2	62,8	25	87,8	291	0,03056
11	56,2	11,6	67,8	74,6	64	138,6	316,4	0,03323

К диаграмме энергомасс  $\Delta T(I_n)$  проводим две касательные под углами  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$ . Эти касательные отсекут на оси ординат отрезок  $KL$ , который определяет кинетическую энергию маховика в масштабе  $\mu_{\Delta T}$ . По формуле (10.1) вычисляем момент инерции маховика

$$I_M = \frac{KL \cdot \mu_{\Delta T}}{\omega_{cp}^2} = \frac{75,2 \cdot 40}{138^2 \cdot 0,05} = 3,16 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Согласно выражениям (10.5) определяем диаметр маховика, его массу и ширину.

$$D = 0,38 \sqrt[3]{I_M} = 0,38 \sqrt[3]{3,16} = 0,478 \text{ м},$$

$$m = \frac{8I_M}{D^2} = \frac{8 \cdot 3,16}{0,478^2} = 110,5 \text{ кг}$$

$$b = q \cdot D = 0,165 \cdot 0,478 = 0,0789 \text{ м}$$

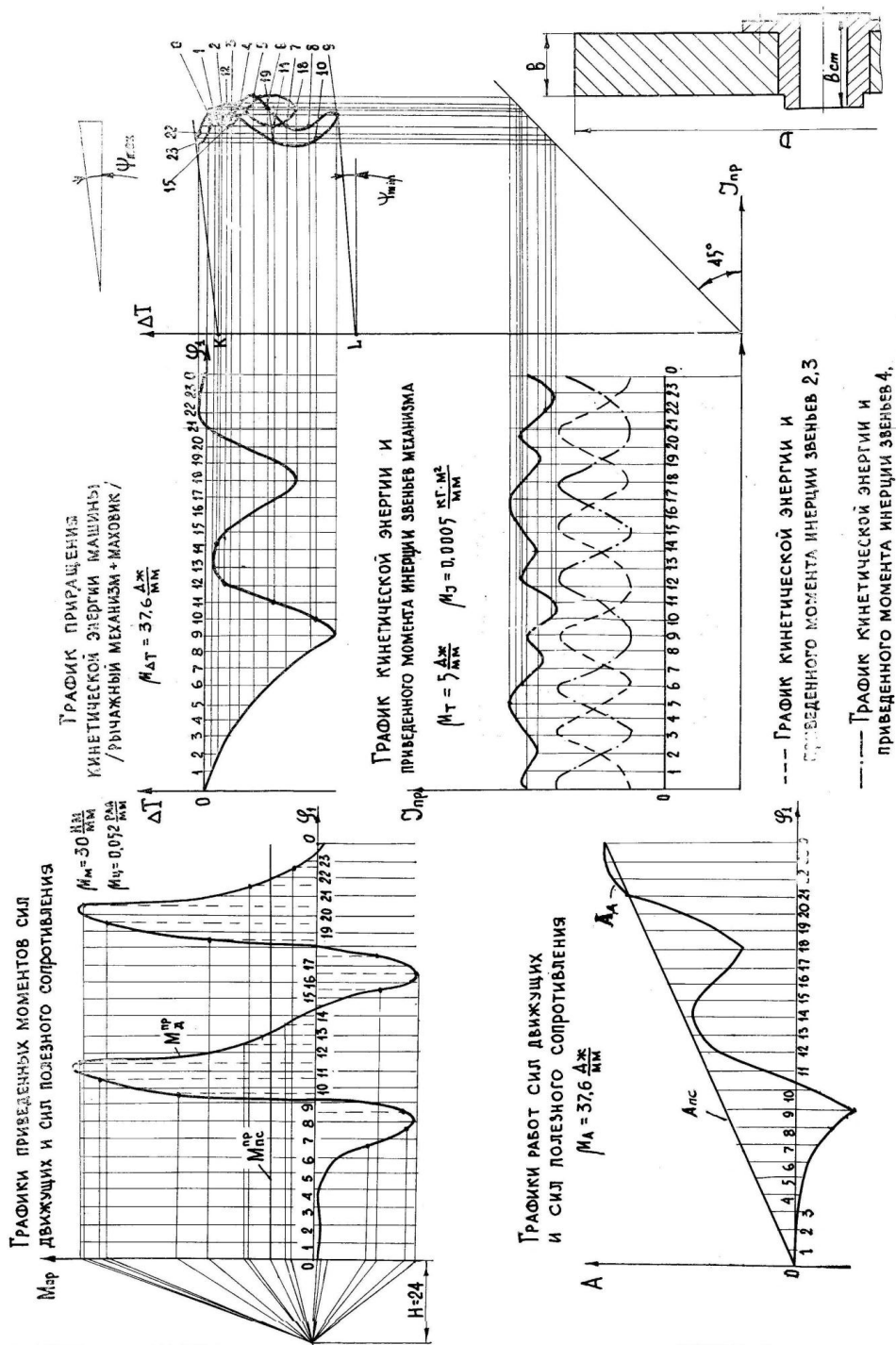


Рисунок 3 - Пример оформления листа № 3.  
**Расчет маховика**

## 16. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА И ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

### 16.1. Проектирование планетарного механизма

Так как согласно заданию передаточное отношение  $u_{1H} = 10,18$ , то из выражения (11.4) находим  $\frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2} = u_{12}^H - 1 = 10,18 - 1 = 9,18$

Из выражения (11.2) находим  $\frac{z_2}{z_1} = u_{12}^H$ ,  $\frac{z_3}{z_2} = u_{23}^H$ . Пусть  $u_{12}^H = 3$ , значит,  $u_{23}^H = \frac{9,18}{3} = 3,06$  Тогда  $z_2 = 3z_1$  и  $z_3 = 3,06z_2$ . Задаемся числом зубьев  $z_1$ . Из условия 2 § 11.2.2  $z_1$  нужно выбирать из ряда 17, 18, 19, 20.... Пусть  $z_1 = 17$ , тогда  $z_2 = 3 \cdot 17 = 51$ . Запишем условие соосности (11.6)  $z_1 + z_2 = z_3 - z_2$ . Из этого условия найдем  $z_2 \cdot 17 + 51 = 3,06z_2 - z_2$ , т.е.  $68 = 2,06z_2$  откуда  $z_2 = 33,0097$ . Принимаем  $z_2 = 33$ , тогда  $z_3 = 3,06 \cdot 33 = 100,98$ . Принимаем  $z_3 = 101$ .  
Определяем число сателлитов

$$\kappa \leq \frac{180^0}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} \leq \frac{180^0}{\arcsin \frac{51 + 2}{17 + 51}} \leq 3,515$$

Значит, в схеме механизма может быть либо 2, либо 3 сателлита. Принимаем 3. Проверяем, возможна ли сборка механизма по условию:  $(z_1 + z_3)/\kappa = C, (17 + 101)/3 = 39,33$  - число не целое, значит, механизм без натягов не может быть собран. Назначаем новое число зубьев  $z_1 = 18, z_2 = 3 \cdot 18 = 54$ . Из условия соосности найдем  $z_2 \cdot 2,06z_2 = 18 + 54 = 72, z_2 = 34,95$ . Принимаем  $z_2 = 35$ , тогда  $z_3 = 3,06z_2 = 3,06 \cdot 35 = 107,1$ . Принимаем  $z_3 = 108$ , чтобы  $z_3$  было бы одной четности с  $z_1$ . Определяем возможное число сателлитов  $k$ .

$$\kappa \leq \frac{180^0}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} \leq \frac{180^0}{\arcsin \frac{54 + 2}{18 + 54}} \leq 3,6$$

Т. е. получим тот же результат, что и при  $z_1 = 17$ . Проверяем возможность сборки из условия  $(z_3 + z_1)/\kappa = C, (108 + 18)/3 = 42$ . Число в ответе целое, значит, сборка механизма возможна. Итак, окончательно имеем:  $\kappa = 3, z_1 = 18, z_2 = 54, z_2' = 35, z_3 = 108$ .

## 16.2. Проектирование зубчатой передачи (геометрический расчет)

При проектировании зубчатой передачи возникает вопрос о выборе коэффициентов смещения, которые определяют положение станочно-начальной (делительной) прямой рейки (режущего инструмента) относительно делительной окружности нарезаемого колеса.

В станочном зацеплении делительная прямая рейки может располагаться различным образом по отношению к делительной окружности колеса: а) она может касаться делительной окружности - нулевая установка инструмента; б) быть отодвинутой от нее - положительная установка; в) пересекать ее - отрицательная установка.

Расстояние между делительной прямой и делительной окружностью называется смещением инструмента. Его выражают в виде произведения модуля  $m$  на коэффициент смещения  $x$ . Кроме того, ему приписывают знак. При нулевой установке смещение равно 0, т. е.  $x = 0$ . При положительной установке  $mx > 0$ ,  $x > 0$ . При отрицательной установке  $mx < 0$ ,  $x < 0$ .

От коэффициентов смещения весьма сильно зависят качественные показатели передачи: плавность и бесшумность зацепления, возможный износ и прочность зубьев. Кроме того, положительным смещением рейки можно избавиться от явления подрезания ножки зубьев, которое возникает при числе зубьев  $u$  нарезаемого колеса меньше  $z_{\min}$  для реечного инструмента и коэффициента высоты головки зуба  $h_a^* = 1 \cdot z_{\min} = 17$ . Чтобы избавиться от подрезания, необходимо сделать смещение инструмента в положительную сторону на определенную величину. Так как модуль, как правило, известен, то для правильного выбора смещения необходимо найти коэффициенты смещения  $x_1$  и  $x_2$  у шестерни 1 и колеса 2. Методы определения коэффициентов смещения разработаны разные. Наиболее точный метод, учитывающий все вышеперечисленные условия, есть метод блокирующих контуров. Мы воспользуемся другим - менее точным, но более простым - таблицами Кудрявцева (см. приложения в конце методических указаний).

Задано:  $z_1 = 13$ ,  $z_2 = 21$ ,  $m = 10$  мм.

Подсчитываем передаточное отношение по формуле

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{21}{13} = 1,615.$$

Получаем, что  $2 > u_{12} > 1$ . Теперь по таблице (приложение 3 в конце данных указаний), согласно числу зубьев  $z_1 = 13$  и  $z_2 = 21$ , находим коэффициенты относительного смещения  $x_1 = 0,694$ ;  $x_2 = 0,384$ .

Определяем инволюту угла зацепления по формуле

$$\text{inv}\alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2)\text{tg}\alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv}\alpha \quad (16.1)$$

где  $\alpha$  - угол профиля рейки, равен  $20^\circ$ ,  $\text{tg } 20^\circ = 0,364$ ;

$\text{inv}\alpha$  - эвольвентная функция  $20^\circ$ , определяем ее по таблице (приложение 5)  $\text{inv } 20^\circ = 0,014904$ . Подставим данные в выражение (16.1)

$$\text{inv}\alpha_w = \frac{2(0,694 + 0,384) \cdot 0,364}{13 + 21} + 0,014904 = 0,037985$$

Теперь снова из приложения 5, но уже по числу 0,037985, определяем угол  $\alpha_w = 26^\circ 55'$ .

Определяем межосевое расстояние  $a_w$  передачи

$$\alpha_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{10(13 + 21)}{2} \cdot \frac{0,9397}{0,8915} = 179,19 \text{ мм.}$$

Определяем радиусы начальных окружностей  $r_{w_1}, r_{w_2}$

$$r_{w_1} = \frac{a_w}{u_{12} + 1} = \frac{179,15}{1,615 + 1} = 68,49 \text{ мм.}$$

$$r_{w_2} = \frac{a_w \cdot u_{12}}{u_{12} + 1} = \frac{179,15 \cdot 1,615}{1,615 + 1} = 110,67 \text{ мм}$$

Определяем радиусы делительных окружностей  $r_1$  и  $r_2$

$$r_1 = \frac{m \cdot z_1}{2} = \frac{10 \cdot 13}{2} = 65 \text{ мм};$$

$$r_2 = \frac{m \cdot z_2}{2} = \frac{10 \cdot 21}{2} = 105 \text{ мм.}$$

Определяем радиусы основных окружностей  $r_{b_1}$  и  $r_{b_2}$

$$r_{b_1} = r_1 \cdot \cos \alpha = 65 \cdot 0,9394 = 61,06 \text{ мм}$$

$$r_{b_2} = r_2 \cdot \cos \alpha = 105 \cdot 0,9394 = 98,67 \text{ мм.}$$

Определяем радиус окружностей вершин  $r_{a_1}$  и  $r_{a_2}$

$$r_{a_1} = r_1 + (h_a^* + x_1 - \Delta y)m = 65 + (1 + 0,694 - 0,160) \cdot 10 = 80,34 \text{ мм}$$

$$r_{a_2} = r_2 + (h_a^* + x_2 - \Delta y)m = 105 + (1 + 0,384 - 0,160) \cdot 10 = 117,24 \text{ мм}$$

где  $\Delta y$  - коэффициент уравнительного смещения. Определяем по приложению 1, если  $z_1 = 13$ , то  $\Delta y = 0,160$ .

Определяем радиус окружности впадин  $r_{f_1}$  и  $r_{f_2}$

$$r_{f_1} = r_1 - (h_a^* + c^* - x_1) \cdot m = 65 - (1 + 0,25 - 0,694)10 = 59,44 \text{ мм}$$

$$r_{f_2} = r_2 - (h_a^* + c^* - x_2) \cdot m = 105 - (1 + 0,25 - 0,384)10 = 96,34 \text{ мм}$$

Определяем шаг по делительной окружности  $p_t$

$$p_t = \pi m = 3,14 \cdot 10 = 31,4 \text{ мм.}$$

Определяем толщины зубьев по делительным окружностям

$$s_1 = 0,5 \cdot p_t + 2x_1 \cdot m \cdot \text{tg} \alpha = 0,5 \cdot 31,4 + 2 \cdot 0,694 \cdot 10 \cdot 0,364 = 20,75 \text{ мм}$$

$$s_2 = 0,5 \cdot p_t + 2x_2 \cdot m \cdot \text{tg} \alpha = 0,5 \cdot 31,4 + 2 \cdot 0,384 \cdot 10 \cdot 0,364 = 18,49 \text{ мм}$$

Определяем углы профилей зубьев по окружности вершин

$$\alpha_{a_1} = \frac{\arccos r_{b_1}}{r_{a_1}} = \frac{\arccos 61,06}{80,34} = 40,53^\circ$$

$$\alpha_{a_2} = \frac{\arccos r_{b_2}}{r_{a_2}} = \frac{\arccos 98,67}{117,24} = 32,69^\circ.$$

Определяем коэффициент перекрытия  $\varepsilon_a$

$$\varepsilon_a = \frac{[z_1 \text{tg} \alpha_{a_1} + z_2 \text{tg} \alpha_{a_2} - (z_1 + z_2) \text{tg} \alpha_w]}{2\pi} = 1,17$$

Строим график удельных скольжений. Подсчитываем удельные скольжения  $\vartheta_1$  и  $\vartheta_2$  профилей зубьев по формулам

$$\vartheta_1 = 1 - \frac{g - X}{X \cdot u_1}, \quad \vartheta_2 = 1 - \frac{X \cdot u_{12}}{g - X}.$$



**ПРИЛОЖЕНИЯ**

Приложение 1

Таблица значений коэффициента уравнительного смещения

$\Delta y$  при  $2 \geq U_{12} > 1$  по В. Н. Кудрявцеву

$z_1$	$\Delta y$	$z_1$	$\Delta y$	$z_1$	$\Delta y$	$z_1$	$\Delta y$	$z_1$	$\Delta y$
10	0,110	17	0,215	24	0,278	31	0,319	38	0,341
11	0,127	18	0,227	25	0,285	32	0,323	39	0,344
12	0,145	19	0,239	26	0,292	33	0,328	40	0,347
13	0,160	20	0,250	27	0,298	34	0,332	41	0,350
14	0,176	21	0,257	28	0,303	35	0,335	42	0,351
15	0,190	22	0,265	29	0,308	36	0,338	43	0,352
16	0,202	23	0,272	30	0,315	37	0,341	44	0,353

Приложение 2

Таблица значений коэффициентов уравнительного смещения

$\Delta y$  и относительного смещения  $X_1$ , при  $5 \geq U_{12} > 2$  по В. Н. Кудрявцеву

$z_1$	$\Delta y$	$x_1$	$z_1$	$\Delta y$	$x_1$	$z_1$	$\Delta y$	$x_1$
10	0,15	0,59	20	0,25	1,22	30	0,25	1,63
11	0,16	0,66	21	0,25	1,27	31	0,25	1,67
12	0,17	0,73	22	0,25	1,31	32	0,25	1,71
13	0,18	0,80	23	0,25	1,35	33	0,25	1,74
14	0,19	0,86	24	0,25	1,39	34	0,25	1,77
15	0,20	0,92	25	0,25	1,43	35	0,25	1,81
16	0,21	0,98	26	0,25	1,47	36	0,25	1,85
17	0,22	1,04	27	0,25	1,51	37	0,25	1,88
18	0,23	1,10	28	0,25	1,55	38	0,25	1,92
19	0,24	1,16	29	0,25	1,59	39	0,25	1,96

Приложение 3

Таблица значений коэффициента относительного смещения  $X_2$

при  $5 \geq U_{12} \geq 2$  по В. Н. Кудрявцеву

$z_2$	Порядок	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
20	0.	397	381	364												
25	0,	458	442	425	409	401										
30	0,	517	501	486	471	463	458	451	445							
35	0.	571	556	542	528	522	518	512	505	499	493					
40	0.	625	610	596	582	577	575	569	564	560	553	547	509	481		
45	0.	673	661	648	635	632	628	624	620	616	611	606	566	538	508	481
50	0.	721	709	696	689	684	682	677	674	671	667	662	623	594	564	535
55	0.		754	745	734	732	731	728	727	722	720	716	677	647	618	588
60	0,			789	782	780	779	778	777	773	772	769	729	697	668	636
65	0,				822	825	826	827	825	823	821	820	778	748	719	687
70	0,					866	870	872	874	871	869	868	828	797	768	736
75	0,						909	914	917	920	919	916	876	846	816	786
80	0,							954	957	961	962	965	925	991	859	828

Приложение 4  
Таблица значений эвольвентной функции  
 $inv\alpha = \Theta = tg\alpha - \alpha$ , рад

Угол	Порядок	0'	10'	20'	30'	40'	50'
20	0,0	149	153	157	161	165	169
21	0,0	173	178	182	187	191	196
22	0,0	200	205	210	215	220	225
23	0,0	230	236	241	247	252	258
24	0,0	263	269	275	281	287	293
25	0,0	300	306	313	319	326	333
26	0,0	339	346	353	361	368	375
27	0,0	383	390	398	406	414	422
28	0,0	430	438	447	455	464	473
29	0,0	482	491	500	509	518	529
30	0,0	537	547	557	567	577	588
31	0,0	598	608	619	630	641	652
32	0,0	664	675	687	698	710	722
33	0,0	734	747	759	772	785	798
34	0,0	811	824	838	851	865	879
35	0,0	893	908	922	937	951	967
36	0,	098	100	101	103	1045	106
37	0,	108	109	111	113	1145	116
38	0,	118	120	122	123	125	127
39	0,	129	131	133	135	137	139
40	0,	141	143	145	147	149	151

Приложение 5

Таблица натуральных значений COS  $\alpha$

Угол	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'
20	0,940	0,939	0,938	0,937	0,936	0,935	0,934
21	0,934	0,932	0,931	0,930	0,929	0,928	0,927
22	0,927	0,926	0,925	0,924	0,923	0,922	0,920
23	0,920	0,919	0,918	0,917	0,916	0,915	0,913
24	0,913	0,912	0,911	0,910	0,909	0,907	0,906
25	0,906	0,905	0,904	0,903	0,901	0,900	0,899
26	0,899	0,897	0,886	0,895	0,894	0,892	0,891
27	0,891	0,890	0,888	0,887	0,886	0,884	0,883
28	0,883	0,882	0,880	0,879	0,877	0,876	0,875
29	0,875	0,873	0,872	0,870	0,869	0,867	0,866
30	0,866	0,865	0,863	0,862	0,860	0,859	0,857

## Литература

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. М., 1975.
2. Фролов К. В., Попов С. А. и др. Теория механизмов и машин. М., 1987.
3. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин. М., 1973.
4. Юдин В. А., Петрокас Л. В. Теория механизмов и машин. М., 1977.
5. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин. М., 1979.
6. Попов С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин. М., 1986.
7. Внеаудиторная самостоятельная работа студентов бакалавриата по дисциплине «Прикладная механика»: учебное пособие / В.В. Очинский, А.А. Кожухов, В.А. Лиханос, А.В. Бобрышов, Б.П. Фокин, Л.И. Яковлева. Ставрополь, 2015. Ч. I. 32 с.
8. Внеаудиторная самостоятельная работа студентов бакалавриата по дисциплине «Прикладная механика»: учебное пособие / В.В. Очинский, А.А. Кожухов, В.А. Лиханос, А.В. Бобрышов, Б.П. Фокин, Л.И. Яковлева. Ставрополь, 2015. Ч. II. 36 с.
9. Внеаудиторная самостоятельная работа студентов бакалавриата по дисциплине «Прикладная механика»: учебное пособие / В.Е. Кулаев, В.А. Лиханос, А.В. Орлянский, А.Н. Петенев, А.В. Бобрышов, А.А. Кожухов, Б.П. Фокин, Л.И. Яковлева, И.А. Орлянская, В.Ю. Гальков, Д.С. Калугин/Ставропольский гос. аграрный ун-т. Ставрополь, 2015. Ч. III. 68 с.
10. Яковлева Л.И. Студенческие олимпиады по графическим дисциплинам / Л.И.Яковлева, В.Ю. Гальков, И.А. Мельникова // Обучение и воспитание: методика и практика. 2014. №16. С.174-176.
11. Муфты механические для соединения валов, конструкция и основные принципы проверочных расчетов на прочность: учебное пособие/В. Е. Кулаев, А. В. Орлянский, Л. И. Яковлева, Д. С. Калугин, В. А. Лиханос, В. Ю. Гальков, Е. В. Кулаев. Ставрополь, 2014. 48 с.
12. Подъемно-транспортные машины. Лабораторная работа № 1. Грузоподъемные машины/В.Е. Кулаев, В.А. Лиханос, А.В. Орлянский, А.Н. Петенев, А.В. Бобрышов, Л.И. Яковлева, В.Ю. Гальков, И.А. Орлянская; СтГАУ. Ставрополь, 2014. 16 с.
13. Гальков В. Ю., Петенев А. Н., Яковлева Л. И. Направления развития и принципы формирования системы высшего профессионального образования//Научно-методические аспекты повышения эффективности современного образования: сб. науч.-метод. конф. Ставрополь, 2015. С. 29-35.
14. Яковлева Л.И., Петенев А.Н., Гальков В.Ю. Взаимосвязь профессиональной компетентности студентов и активные методы обучения//Научно-методические аспекты повышения эффективности

современного образования: сб. науч.-метод. конф. Ставрополь, 2015. С. 189-193.

15. Расчет основных параметров механизма подъема грузоподъемного крана с выбором необходимого тормозного устройства: метод пособи / В. Е. Кулаев, А. В. Орлянский, Л. И. Яковлева, В. А. Лиханос, В. Ю. Гальков, Е. В. Кулаев, Д. С. Калугин. Ставрополь, 2014. 24 с.

16. Кулаев Е.В. Ленточные транспортеры для перемещения сельскохозяйственных грузов / Е.В. Кулаев, В.Ю. Гальков, Л.И. Яковлева, И.В. Журавлев//Актуальные проблемы научно-технического прогресса в АПК: материалы XI Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 65-летию факультета механизации сельского хозяйства, в рамках XVII Международной агропромышленной выставки «Агроуниверсал -2015». Ставрополь, 2015. С. 227-232.

17. Системный контроль текущих знаний студентов как способ повышения качества учебного процесса / Л.И. Яковлева, В.Е. Кулаев, А.В. Орлянский, В.Ю. Гальков // Обучение и воспитание: методики и практика. 2014. № 16. С. 176-179.